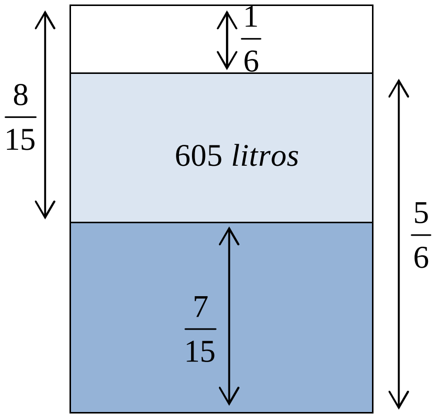
Ejercicio 1.

De un depósito lleno de agua, se sacan $\frac{8}{15}$ del contenido. Después se reponen 605 litros y se observa que falta $\frac{1}{6}$ del depósito para que esté completo. ¿Cuántos litros faltan para llenar el depósito?

Solución:



$$605 \ litros \ se \ corresponden \ con \ la \ fracción \ \frac{11}{30}$$

$$\frac{5}{6}-\frac{7}{15}=\frac{25}{30}-\frac{14}{30}=\frac{11}{30}$$

$$Si \ \frac{11}{30} \ son \ 605 \ litros \Rightarrow \frac{1}{30} \ son \ 605:11=55 \ litros$$

$$\frac{1}{6}=\frac{5}{30} \ \Rightarrow \ faltan \ 55\cdot 5=275 \ litros \ para \ llenar \ el$$
$$depósito \ que \ tiene \ una \ capacidad \ de \ 1650 \ litros.$$

Ejercicio 2.

Efectúa y simplifica, sin utilizar la calculadora:

$$a) \ 1,1\widehat{3}-\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot 1,2+\frac{3}{2}\cdot 1,\widehat{7}=$$

$$b) \ \frac{5}{2}+\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}-\frac{1}{4}}{3-2\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)}=$$

Solución:

$$a) \ 1,1\widehat{3}-\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot 1,2+\frac{3}{2}\cdot 1,\widehat{7}=\frac{102}{90}-\frac{2}{3}\cdot\frac{12}{10}+\frac{3}{2}\cdot\frac{16}{9}=\frac{17}{15}-\frac{24}{30}+\frac{48}{18}=\frac{17}{15}-\frac{4}{5}+\frac{8}{3}=\frac{17}{15}-\frac{12}{15}+\frac{40}{15}=\frac{45}{15}=3$$

$$b) \ \frac{5}{2}+\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}-\frac{1}{4}}{3-2\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)}=\frac{5}{2}+\frac{\frac{1}{2}+\frac{10}{12}-\frac{1}{4}}{3-2\cdot\left(\frac{9}{6}-\frac{8}{6}\right)}=\frac{5}{2}+\frac{\frac{6}{12}+\frac{10}{12}-\frac{3}{12}}{3-2\cdot\frac{1}{6}}=\frac{5}{2}+\frac{\frac{13}{12}}{3-\frac{1}{3}}=\frac{5}{2}+\frac{13}{12}:\frac{8}{3}=\frac{5}{2}+\frac{13}{32}=$$
$$=\frac{80}{32}+\frac{13}{32}=\frac{93}{32}$$

Ejercicio 3.

Para pavimentar 10 km de carretera, 40 trabajadores han tardado 20 días en jornadas de 8 horas. ¿Cuántos trabajadores son necesarios para pavimentar 30 km en 24 días, a razón de 10 horas cada día?

Solución:

40 *trabajadores durante* 20 *días, a* 8 *horas cada día, han realizado* $40\cdot 20\cdot 8=6400$ *horas*

6400 *horas han necesitado para pavimentar* 10 *km* $\Rightarrow$ *se necesitan* 640 *horas de trabajo para* 1 *km*

Si queremos pavimentar 30 *km, necesitaremos* $30\cdot 640=19200$ *horas de trabajo.*

Como cada trabajador aportará 24 *días a* 10 *horas cada día* $\Rightarrow$ 240 *horas*

$19200:240=80$ *trabajadores son necesarios.*

$$\frac{trabajadores\times días\times horas}{n^{o}\ de\ kilómetros}=horas\ necesarias\ para\ pavimentar\ 1\ km\ (es\ la\ constante)$$

$$\frac{40\cdot 20\cdot 8}{10}=\frac{x\cdot 24\cdot 10}{30}\ \Rightarrow\ x=\frac{40\cdot 20\cdot 8\cdot 30}{10\cdot 24\cdot 10}=80$$

Ejercicio 4.

Realiza las operaciones y expresa el resultado en notación científica, aproximando la cantidad a tres cifras significativas. Estudia el error cometido al hacer esa aproximación.

$$\frac{1,5\cdot 10^{11}+3\cdot 10^{10}}{3,2\cdot 10^{-10}-4,5\cdot 10^{-11}}$$

Solución:

$$\frac{1,5\cdot 10^{11}+3\cdot 10^{10}}{3,2\cdot 10^{-10}-4,5\cdot 10^{-11}}=\frac{15\cdot 10^{10}+3\cdot 10^{10}}{3,2\cdot 10^{-10}-0,45\cdot 10^{-10}}=\frac{(15+3)\cdot 10^{10}}{(3,2-0,45)\cdot 10^{-10}}=\frac{18\cdot 10^{10}}{2,75\cdot 10^{-10}}=\frac{18}{2,75}\cdot 10^{20}=6,\overset{\frown}{54}\cdot 10^{20}\simeq 6,55\cdot 10^{20}$$

$$E_{absoluto}=\left|valor\ real-valor\ aproximado\right|=\left|6,\overset{\frown}{54}\cdot 10^{20}-6,55\cdot 10^{20}\right|=\left|\left(6,\overset{\frown}{54}-6,55\right)\cdot 10^{20}\right|=\left|-0,00\overset{\frown}{45}\cdot 10^{20}\right|=4,\overset{\frown}{54}\cdot 10^{17}$$

$$E_{relativo}=\frac{E_{absoluto}}{valor\ real}=\frac{4,\overset{\frown}{54}\cdot 10^{17}}{6,\overset{\frown}{54}\cdot 10^{20}}=0,69\overset{\frown}{4}\cdot 10^{-3}<0,7\cdot 10^{-3}\ \Rightarrow\ E_{relativo}<0,0007\ \ o\ \ E_{relativo}<0,07\%$$

Ejercicio 5.

Efectúa las siguientes operaciones con raíces y potencias, sin usar la calculadora:

$$a)\quad \sqrt{32}:\left(4\sqrt{8}+5\sqrt{2}-4\sqrt{18}\right)=$$

$$b)\quad \left(\frac{5}{9}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}:\left(\frac{10}{3}\right)^{-2}=$$

Solución:

$$a)\quad \sqrt{32}:\left(4\sqrt{8}+5\sqrt{2}-4\sqrt{18}\right)=\sqrt{2^5}:\left(4\sqrt{2^3}+5\sqrt{2}-4\sqrt{3^2\cdot 2}\right)=2^2\sqrt{2}:\left(4\cdot 2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4\cdot 3\sqrt{2}\right)=$$

$$=4\sqrt{2}:\left(8\sqrt{2}+5\sqrt{2}-12\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}:\sqrt{2}=4$$

$$b)\quad \left(\frac{5}{9}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}:\left(\frac{10}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{9}{5}\right)^{4}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{6}:\left(\frac{3}{10}\right)^{2}=\frac{9^4}{5^4}\cdot\frac{5^6}{6^6}:\frac{3^2}{10^2}=\frac{9^4\cdot 5^6\cdot 10^2}{5^4\cdot 6^6\cdot 3^2}=\frac{\left(3^2\right)^4\cdot 5^6\cdot(2\cdot 5)^2}{5^4\cdot(2\cdot 3)^6\cdot 3^2}=$$

$$=\frac{3^8\cdot 5^6\cdot 2^2\cdot 5^2}{5^4\cdot 2^6\cdot 3^6\cdot 3^2}=\frac{3^8\cdot 5^8\cdot 2^2}{5^4\cdot 2^6\cdot 3^8}=\frac{5^4}{2^4}=\left(\frac{5}{2}\right)^4$$

Ejercicio 6.

En una clase de 3º de ESO, los alumnos que han aprobado matemáticas son el 60% de los que han suspendido.

- ¿Qué porcentaje de la clase ha suspendido matemáticas?
- Si han aprobado 9 alumnos, ¿cuántos hay en la clase?

Solución:

$$\textit{Los aprobados son el } 60\% \textit{ de los suspensos} \quad\Rightarrow\quad 60 \textit{ aprobados por cada } 100 \textit{ suspensos}$$

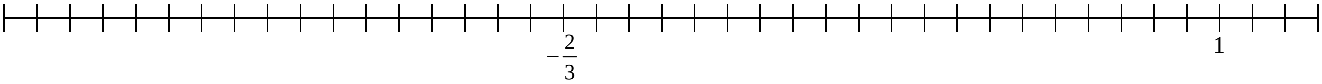
$$\textit{Como } \frac{60}{100}=\frac{3}{5} \quad\Rightarrow\quad \textit{hay } 3 \textit{ aprobados por cada } 5 \textit{ suspensos} \quad\Rightarrow\quad \textit{de cada } 8 \textit{ alumnos} \begin{cases} 3 \textit{ aprobados} \\ 5 \textit{ suspensos} \end{cases}$$

$$\textit{Entonces}: \begin{cases} \textit{fracción de aprobados } \dfrac{3}{8}=0,375=37,5\% \\ \textit{fracción de suspensos } \dfrac{5}{8}=0,625=62,5\% \end{cases}$$

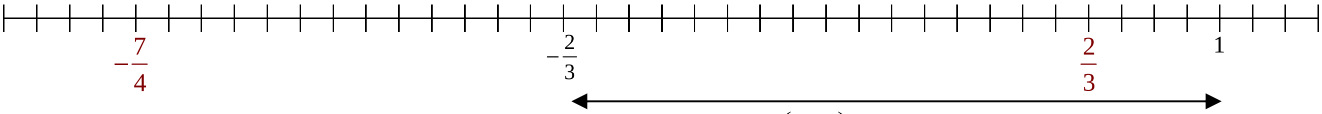
$$\textit{Como hay } 3 \textit{ aprobados por cada } 8 \textit{ alumnos} \quad\Rightarrow\quad \textit{si hay } 9 \textit{ aprobados, serán } 24 \textit{ alumnos en total},\ \frac{3}{8}=\frac{9}{24}$$

Ejercicio 7.

Las marcas de la recta están igualmente espaciadas. Coloca en la recta los números $-\frac{7}{4}$ y $\frac{2}{3}$.



Solución:



$$1-\left(-\frac{2}{3}\right)=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$$

La distancia entre $-\frac{2}{3}$ *y* 1 *es* $\frac{5}{3}$; *si dividimos* $\frac{5}{3}$ *en* 20 *partes iguales, tenemos* $\frac{5}{3}:20=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$

Las marcas están separadas $\frac{1}{12}$

$-\frac{7}{4}=-\frac{21}{12}=-\frac{2}{3}-\frac{13}{12} \quad \Rightarrow \quad -\frac{7}{4}$ *está situado* 13 *marcas a la izquierda de* $-\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}=1-\frac{4}{12} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3}$ *está situado* 4 *marcas a la izquierda de* 1

Ejercicio 8.

El precio del aluminio bajó un 18% durante el año 2013, en el año 2014 subió un 22%, para volver a bajar un 12% durante 2015. Finalmente, en 2016, el precio se ha vuelto a recuperar, subiendo un 20%. ¿Qué variación porcentual ha sufrido el precio del aluminio en el último cuatrienio?

Solución:

$P=$ *precio del aluminio el* 1 *de enero de* 2013

$$P \xrightarrow{-18\%} \underset{31/12/2013}{0{,}82\cdot P} \xrightarrow{+22\%} \underset{31/12/2014}{1{,}22\cdot(0{,}82\cdot P)} \xrightarrow{-12\%} \underset{31/12/2015}{0{,}88\cdot(1{,}22\cdot 0{,}82\cdot P)} \xrightarrow{+20\%} \underset{31/12/2016}{1{,}2\cdot(0{,}88\cdot 1{,}22\cdot 0{,}82\cdot P)}$$

El precio ha variado $(1{,}2\cdot 0{,}88\cdot 1{,}22\cdot 0{,}82)\cdot P=1{,}0564224\cdot P\simeq 105{,}64\%$ *del precio inicial.*

En el conjunto de los cuatro años, ha subido un 5,64%.