Ejercicio 1.

Calcula los términos a_2 , a_5 , a_7 , a_{10} , en las siguientes sucesiones:

$a)\quad a_n = \dfrac{3n+2}{2n-1}$

$$a_2 = \frac{3\cdot 2+2}{2\cdot 2-1} = \frac{8}{3} \;,\; a_5 = \frac{3\cdot 5+2}{2\cdot 5-1} = \frac{17}{9} \;,\; a_7 = \frac{3\cdot 7+2}{2\cdot 7-1} = \frac{23}{13} \;,\; a_{10} = \frac{3\cdot 10+2}{2\cdot 10-1} = \frac{32}{19}$$

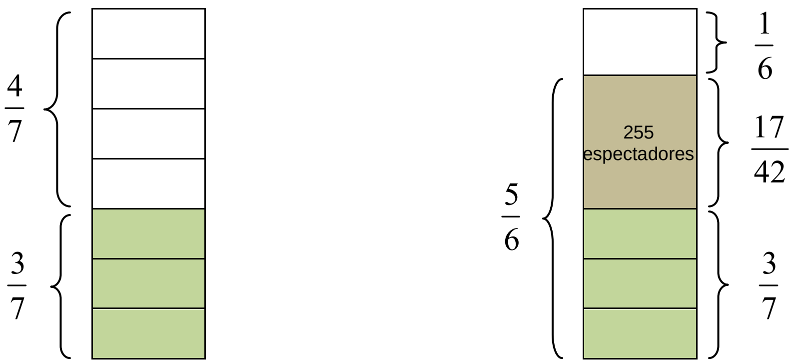
$b)\quad a_n = (-1)^{n+1}\cdot\left(2n-n^2\right)$

$$a_2 = (-1)^{2+1}\cdot\left(2\cdot 2-2^2\right) = 0 \;,\; a_5 = (-1)^{5+1}\cdot\left(2\cdot 5-5^2\right) = -15 \;,\; a_7 = (-1)^{7+1}\cdot\left(2\cdot 7-7^2\right) = -35$$

$$a_{10} = (-1)^{10+1}\cdot\left(2\cdot 10-10^2\right) = 80$$

Ejercicio 2.

De un auditorio lleno de espectadores salen en el descanso $\frac{4}{7}$ de su aforo. Cuando finaliza el descanso vuelven a entrar 255 personas, quedando lleno hasta las $\frac{5}{6}$ partes. ¿Cuál es la capacidad del auditorio?



Salen $\frac{4}{7}$ *del aforo* $\Rightarrow$ *quedan* $\frac{3}{7}$ *del aforo.*

Si al entrar 255 personas el aforo aumenta hasta los $\frac{5}{6}$ $\Rightarrow$ *los 255 espectadores se corresponden con la diferencia que hay entre* $\frac{5}{6}$ *y* $\frac{3}{7}$ $\Rightarrow \frac{5}{6}-\frac{3}{7}=\frac{35}{42}-\frac{18}{42}=\frac{17}{42}$

$\frac{17}{42}$ *del aforo son 255 personas* $\Rightarrow \frac{17}{42}\cdot x = 255 \Rightarrow x = 255 : \frac{17}{42} = 630$

La capacidad del auditorio es de 630 espectadores.

Ejercicio 3.

Realiza las operaciones y simplifica

$$a)\ \frac{11}{6}-1,5\widehat{3}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}+5\cdot3^{-2}=\frac{11}{6}-\frac{23}{15}\cdot\frac{5}{3}+5\cdot\frac{1}{9}=\frac{11}{6}-\frac{23}{9}+\frac{5}{9}=\frac{11}{6}-\underbrace{\frac{18}{9}}_{2}=\frac{11}{6}-\frac{12}{6}=-\frac{1}{6}$$

$$1,5\widehat{3}=\frac{138}{90}=\frac{23}{15}$$

$$b)\ \frac{1}{2}+3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{-1}:\left(\frac{2}{9}\right)^{3}=\frac{1}{2}+3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\cdot\left(\frac{4}{9}\right):\left(\frac{2}{9}\right)^{3}=\frac{1}{2}+3\cdot\frac{2^5}{3^5}\cdot\frac{2^2}{3^2}:\frac{2^3}{\left(3^2\right)^3}=\frac{1}{2}+\frac{3\cdot2^5\cdot2^2\cdot3^6}{3^5\cdot3^2\cdot2^3}=$$

$$\frac{1}{2}+\frac{3^7\cdot2^7}{3^7\cdot2^3}=\frac{1}{2}+2^4=\frac{1}{2}+\frac{32}{2}=\frac{33}{2}$$

Ejercicio 4.

El precio de cierta materia prima ha experimentado fuertes variaciones en el último trimestre. Primero subió un 24% y después descendió dos veces seguidas, una el 15% y otra, posteriormente, el 10%.

- ¿Qué variación porcentual ha sufrido el precio en el conjunto de todo el trimestre?
- Si el precio actualmente es de 237,15 € la tonelada, ¿cuál era su precio hace tres meses?

Llamemos P al precio de la materia prima al inicio del periodo.

$$P\xrightarrow{+24\%}1,24\cdot P\xrightarrow{-15\%}0,85\cdot(1,24\cdot P)\xrightarrow{-10\%}0,9\cdot(0,85\cdot1,24\cdot P)=0,9486\cdot P$$

Al final del trimestre el precio de la materia prima es $0,9486\cdot P$*, es decir, un* $94,86\%$ *de P*

Por tanto, en el conjunto del trimestre, ha sufrido una variación de $-5,14\%$

Si ahora el precio es de $237,15\Rightarrow 0.9486\cdot P=237,15\Rightarrow P=\frac{237,15}{0,9486}=250$

El precio hace tres meses era 250 € / *tonelada*

Ejercicio 5.

De una progresión aritmética conocemos $a_6=15$ y $a_{10}=31$. Se pide:

- El término general y comprobar si el número 467 pertenece a la progresión.
- Calcular la suma de los 300 primeros términos de la progresión.

Término general de una progresión aritmética $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$

$$a_{10}=a_6+4\cdot d\Rightarrow 31=15+4\cdot d\Rightarrow 16=4\cdot d\Rightarrow d=4$$

$$a_6=a_1+5\cdot d\Rightarrow 15=a_1+5\cdot4\Rightarrow 15=a_1+20\Rightarrow a_1=-5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \;\Rightarrow\; a_n = -5 + (n-1)\cdot 4 \;\Rightarrow\; a_n = -5 + 4n - 4 \;\Rightarrow\; a_n = 4n - 9$$

Comprobemos si el número 467 *pertenece a la progresión*

$467 = 4n - 9 \;\Rightarrow\; 476 = 4n \;\Rightarrow\; n = 119$; *si está en la progresión, en el lugar* 119.

$$S_{300} = \frac{(a_1 + a_{300})\cdot 300}{2} = (-5 + 1191)\cdot 150 \;\Rightarrow\; S_{300} = 177900$$

$$a_{300} = 4\cdot 300 - 9 = 1191$$

Ejercicio 6.

- En una clase de bachillerato, este curso, hay 35 alumnos, lo que supone un aumento del 25% con respecto al curso pasado. ¿Cuánto alumnos había el curso pasado en esa clase?

Alumnos este curso un 25% *más que el curso pasado* $\Rightarrow$ *este curso hay un* 125% *de los alumnos del curso anterior. Si llamamos n al número de alumnos del curso anterior, tenemos:*

$$35 = 125\% \text{ de } n \;\Rightarrow\; 35 = 1{,}25\cdot n \;\Rightarrow\; n = \frac{35}{1{,}25} = 28 \text{ alumnos había el curso pasado.}$$

También podemos plantearlo como una proporción (o regla de tres)

$$n \text{ es el } 100\% \text{ y } 35 \text{ es el } 125\% \;\Rightarrow\; \frac{n}{100} = \frac{35}{125} \;\Rightarrow\; n = 28$$

- El nivel de gasoil de calefacción del depósito del instituto está un 35% por debajo del que marcaba el día 8 de enero. Si ahora hay 3159 litros de gasoil, ¿cuántos litros había el 8 de enero?

Si el nivel está un 35% *por debajo* $\Rightarrow$ *ahora hay un* 65% *del gasoil que había el* 8 *de enero.*
Llamamos x a los litros de gasoil que había el 8 *de enero* $\Rightarrow$ 65% *de* $x = 3159$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; 0{,}65\cdot x = 3159 \;\Rightarrow\; x = \frac{3159}{0{,}65} = 4860 \; l. \text{ había el 8 de enero.}$$

$$\text{Como proporción } \frac{x}{100} = \frac{3159}{65} \;\Rightarrow\; x = 4860$$

Ejercicio 7.

Efectúa las siguientes operaciones con radicales:

$$a)\;\; 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{3} = (3-1)\sqrt{2} + (2+3)\sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$$

$$b)\;\; \sqrt{48} - 3\sqrt{12} + 4\sqrt{27} = \sqrt{2^4\cdot 3} - 3\sqrt{2^2\cdot 3} + 4\sqrt{3^2\cdot 3} = 2^2\sqrt{3} - 3\cdot 2\sqrt{3} + 4\cdot 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

$$c)\;\; \frac{\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[6]{6^2}\cdot\sqrt[6]{3^3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[6]{2^2\cdot 3^2}\cdot\sqrt[6]{3^3}}{\sqrt[6]{2^2\cdot 3}} = \sqrt[6]{\frac{2^2\cdot 3^5}{2^2\cdot 3}} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$$

Ejercicio 8.

Calcula el término que ocupa el lugar 20 en cada una de las siguientes sucesiones:

a) 4 , 12 , 36 , 108 , …….

$$Es\ una\ progresión\ geométrica\ de\ razón\ 3\ ,\ \frac{12}{4}=\frac{36}{12}=\frac{108}{36}=3$$

$$a_n=a_1\cdot r^{n-1}\ \Rightarrow\ a_{20}=4\cdot 3^{19}\ \Rightarrow\ a_{20}=4.649.045.868$$

b) 128 , 64 , 32 , 16 , …….

$$Es\ una\ progresión\ geométrica\ de\ razón\ \frac{1}{2}\ ,\ \frac{128}{64}=\frac{32}{64}=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$$

$$a_n=a_1\cdot r^{n-1}\ \Rightarrow\ a_{20}=128\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{19}\ \Rightarrow\ a_{20}=2^7\cdot\frac{1}{2^{19}}=\frac{1}{2^{12}}\ \Rightarrow\ a_{20}=0,000244140625$$

Ejercicio 9.

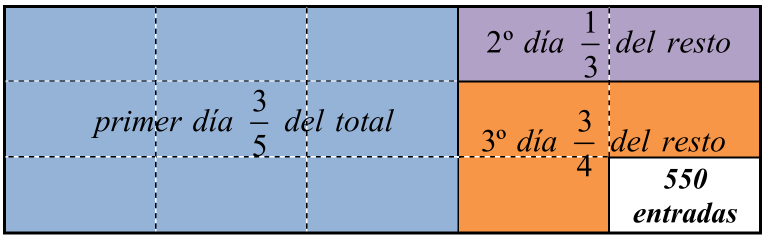
El primer día que salieron a la venta las entradas para la final del mundial de balonmano, se vendieron 3/5 de las localidades disponibles; el segundo día se vendieron la tercera parte de las que quedaban, y el tercer día, 3/4 del resto. Si aún quedaron en taquilla 550 entradas, ¿cuántas se pusieron a la venta?

	Se han vendido	Quedan en taquilla
Primer día	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
Segundo día	$\frac{1}{3}\ de\ \frac{2}{5}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2}{15}$	$\frac{2}{3}\ de\ \frac{2}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$
Tercer día	$\frac{3}{4}\ de\ \frac{4}{15}=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{15}=\frac{3}{15}$	$\frac{1}{4}\ de\ \frac{4}{15}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{15}=\frac{1}{15}$

$$Si\ llamamos\ n\ al\ número\ de\ entradas\ puestas\ a\ la\ venta,\ tenemos\ que\ \frac{1}{15}\ de\ n=550\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{15}\cdot n=550\ \Rightarrow\ n=15\cdot 550=8250\ entradas\ salieron\ a\ la\ venta.$$

También:



$$\frac{1}{15}\ del\ total=550\ \Rightarrow\ nº\ de\ entradas=15\cdot 550=8250$$

Ejercicio 10.

La masa de la Tierra es de 6.600.000.000.000.000.000.000 toneladas y la de Júpiter es $1{,}899.10^{27}$ kg. Si se toma como unidad de medida la masa de la Tierra, ¿cuál es la masa de Júpiter expresada en "Tierras"?

$$\textit{Usando notación científica tenemos}:$$

$$\textit{masa de la Tierra} = 6{,}6 \cdot 10^{21}\ \textit{toneladas}$$

$$\textit{masa de Júpiter} = 1{,}899 \cdot 10^{27}\ kg \quad \Rightarrow \quad \textit{masa de Júpiter} = 1{,}899 \cdot 10^{24}\ \textit{toneladas}$$

$$\textit{tomando como unidad la masa de la Tierra} \ \Rightarrow \ \textit{masa de Júpiter} = \frac{1{,}899 \cdot 10^{24}}{6{,}6 \cdot 10^{21}} \simeq 0{,}2877 \cdot 10^{3}\ \textit{Tierras}$$

$$\textit{Júpiter} \simeq 287{,}7\ \textit{Tierras}$$