

PROBLEMAS DE NÚMEROS

1. En una reunión, a dos tercios de los asistentes les gusta el teatro y a tres cuartos de ellos les gusta el cine. ¿Cuál es la proporción mínima de los que les gusta el cine y el teatro?
2. En un supermercado se vende detergente en tres tipos de envases: pequeño, mediano y grande. El envase mediano cuesta un 50% más que el pequeño y contiene un 20% menos detergente que el grande. El envase grande contiene doble detergente que el pequeño y cuesta un 30% más que el mediano. Ordénalos del más rentable al menos rentable.
3. ¿Cuál es la última cifra de $20!$ que no es cero?
4. Si $\frac{a+b}{a-b} = \frac{7}{4}$, ¿cuánto vale $\frac{a^2}{b^2}$?
5. Un día que salí de excursión por la montaña, a las 10 de la mañana había completado la tercera parte de todo el recorrido, y a las 12, las tres cuartas partes. ¿A qué hora comencé a caminar si siempre mantuve el mismo ritmo?
6. Si en la fracción $\frac{n}{360}$ sustituimos n por cualquier entero positivo menor que 360, obtenemos 359 fracciones diferentes. Cuántas de ellas, simplificadas al máximo, resultan tener en el denominador un número de una cifra?
7. A los animales del zoo de mi ciudad les encantan los números. Así, cada vez que Águila se encuentra un número N lo multiplica por 3 y luego le suma 12, es decir: $3N+12$. Búho hace esto: $4N+8$. Cocodrilo: $7N+21$. Delfín: $5N+5$. Elefante: $6N+6$. Después de hacer sus cálculos gritan en voz alta el resultado. Ayer oí a un animal que gritaba: ¡¡trescientos cuarenta y tres!! ¿Qué animal era?
8. ¿Cuánto vale la mitad de la raíz cuadrada de 2^{2008} ?
9. En un viaje a EEUU, Pedro llevó n euros que los cambió por dólares al llegar, recibiendo 10 dólares por cada 7 euros. Si después de gastar 600 dólares, se quedó con n dólares, ¿cuál es la suma de las cifras de n ?
10. Doblamos una hoja rectangular por la mitad y resulta un rectángulo semejante al original. ¿Cuál es el cociente entre la longitud y la anchura del rectángulo pequeño?
11. El número $25^{64} \cdot 64^{25}$ es el cuadrado de un número entero positivo N . ¿Cuál es la suma de las cifras de N ?
12. Si A , B y C son números para los que $1001C - 2002A = 4004$ y $1001B + 3003A = 5005$, ¿cuánto vale la media aritmética de ellos?
13. ¿Para cuántos enteros positivos n resulta que $n^2 - 3n + 2$ es un número primo?

14. Si $a + b + c = 7$ y $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$, ¿cuál es el valor de $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$?
15. El jardín de Antonio es doble que el de Benito y triple que el de Carlos. Los tres empiezan a la vez a cortar la hierba, cada uno en su jardín. Carlos va la mitad de rápido que Benito y la tercera parte de rápido que Antonio. ¿Quién acabó primero?
16. P es un número de 2008 cifras que es divisible por 18. Si Q es la suma de las cifras de P, R la suma de las cifras de Q y S la suma de las cifras de R, ¿cuál es el valor de S?
17. En una fiesta en la que había 12 chicos, cada uno de ellos bailó con 3 chicas y cada una de las chicas que había, bailó con dos chicos. ¿Cuántas chicas había en la fiesta?
18. Si en una división entera sumo 900 al dividendo, el cociente aumenta en 7 y el resto disminuye en 24, ¿cuál es el divisor de dicha división?
19. Alargamos los dos lados opuestos de un cuadrado en un 10% de su longitud y acortamos los otros dos en otro 10%, formando así un rectángulo. ¿Qué variación ha experimentado el área del rectángulo con respecto a la del cuadrado?
20. El número de 4 cifras $aabb$ es un cuadrado perfecto. ¿Cuál es la suma de sus cifras?
21. Hemos descompuesto en factores primos los números A y B : $A = 2^b \cdot 3^c \cdot 5^d$ y $B = 2^f \cdot 3^g \cdot 5^h$ y hemos comprobado que $\text{mcd}(A, B) = 120$ y que $\text{mcm}(A, B) = 18000$. ¿Cuánto vale la suma $b + f$?
22. En un triángulo acutángulo, el ángulo menor es un quinto del mayor. Si la medida de cada ángulo viene dada por un número entero de grados, ¿cuál es la suma de los dos mayores?
23. Para cada entero positivo n , mayor que 2009, generamos el número $m = n^3 - n$. ¿Cuál es el máximo común divisor de esos infinitos m así formados?
24. Francisco tenía $a^2 - b^2$ euros y se gastó $\frac{a}{b}$ de lo que no gastó. ¿Cuántos euros le quedaron?
25. Cuánto vale la siguiente fracción: $\frac{(3^{2009})^2 - (3^{2007})^2}{(3^{2008})^2 - (3^{2006})^2}$
26. La edad de Juan tiene las mismas dos cifras que la de su sobrina Ana pero cambiando el orden. Si dentro de 5 años, Juan tiene el doble de años que Ana, ¿cuántos años le lleva?
27. ¿Cuántos números de dos cifras verifican que si a la suma de sus cifras le añadimos el producto de las mismas obtenemos el número en cuestión?

28. Si $a = b - c$, $b = c - d$ y $c = d - a$, ¿cuánto vale $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$?

29. Si a y b son números distintos para los que $\frac{a}{b} + \frac{a+10b}{b+10a} = 2$, ¿cuál es el valor de $\frac{a}{b}$?

30. El peso medio de las patatas que había en una bolsa subió al doble cuando a las cuatro patatas que había añadimos una patata inmensa. ¿Cuál es el cociente entre el peso de este patatón y la suma de los pesos de las cuatro patatas que había?