

Soluciones a los ejercicios de proporcionalidad y porcentajes.

Ejercicio 1

Completa los números que faltan:

- El 50% de 48 = _____
- El 25% de 48 = _____
- El 150% de 48 = _____
- El 50% de _____ = 40
- El 10% de _____ = 40

Solución:

- El 50% de 48 = 24

$$50\% \text{ de } 48 = \frac{50}{100} \text{ de } 48 = \frac{50}{100} \cdot 48 = \left\langle \begin{array}{l} \frac{50 \cdot 48}{100} = 24 \\ 0,5 \cdot 48 = 24 \end{array} \right.$$

- El 25% de 48 = 12

$$25\% \text{ de } 48 = \frac{25}{100} \text{ de } 48 = \frac{25}{100} \cdot 48 = \left\langle \begin{array}{l} \frac{25 \cdot 48}{100} = 12 \\ 0,25 \cdot 48 = 12 \end{array} \right.$$

- El 150% de 48 = 72

$$150\% \text{ de } 48 = \frac{150}{100} \text{ de } 48 = \frac{150}{100} \cdot 48 = \left\langle \begin{array}{l} \frac{150 \cdot 48}{100} = 72 \\ 1,5 \cdot 48 = 72 \end{array} \right.$$

- El 50% de 80 = 40

$$50\% \text{ de } x = 40 \rightarrow \frac{50}{100} \cdot x = 40 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 40 : \frac{50}{100} = \frac{40 \cdot 100}{50} = 80 \\ x = 40 : 0,5 = 80 \end{array} \right.$$

- El 10% de 400 = 40

$$10\% \text{ de } x = 40 \rightarrow \frac{10}{100} \cdot x = 40 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 40 : \frac{10}{100} = \frac{40 \cdot 100}{10} = 400 \\ x = 40 : 0,1 = 400 \end{array} \right.$$

Ejercicio 2

Completa la siguiente tabla:

Porcentaje		55%				4%		
Fracción irreducible	$\frac{7}{20}$				$\frac{6}{5}$		$\frac{5}{8}$	
Decimal			0,9	1				0,76

Solución:

Porcentaje	35 %	55%	90 %	100 %	120 %	4%	62,5 %	76 %
Fracción irreducible	$\frac{7}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{19}{25}$
Decimal	0,35	0,55	0,9	1	1,2	0,04	0,625	0,76

$$\begin{aligned} \frac{7}{20} &= \frac{35}{100} = 0,35 = 35\% & ; & \quad 55\% = 0,55 = \frac{55}{100} = \frac{11}{20} & ; & \quad 0,9 = \frac{9}{10} = \frac{90}{100} = 90\% & ; & \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{100}{100} = 100\% \\ \frac{6}{5} &= 1,2 = \frac{120}{100} = 120\% & ; & \quad 4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 0,04 & ; & \quad \frac{5}{8} = 0,625 = \frac{62,5}{100} = 62,5\% & ; & \quad 0,76 = \frac{76}{100} = \frac{19}{25} = 76\% \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Unos ejercicios de rebajas:

- a) ¿Cuánto pagaré por un abrigo que costaba 125 € si me hacen una rebaja del 40%?

Solución:

Si me descuentan un 40%, calculamos el 40% del precio inicial y después se lo restamos a ese precio.

$$40\% \text{ de } 125 = \frac{40}{100} \cdot 125 = \frac{40 \cdot 125}{100} = 50 \text{ euros ha subido} \rightarrow \text{el nuevo precio será } 125 - 50 = 75 \text{ euros}$$

También lo puedo ver así:

Como el descuento es de un 40%, ahora estamos pagando el $100\% - 40\% = 60\%$ del precio inicial

El nuevo precio será el 60% de $125 = 0,6 \cdot 125 = 75 \text{ euros}$.

- b) Una camisa que marcaba un precio de 48 € me ha costado 39 €. ¿Qué % de descuento me han aplicado?

Solución:

Costaba 48 € $\xrightarrow{\text{me descuentan 9€}}$ Pago 39 €

Me han descontado 9 euros de los 48 que costaba, ¿cuánto me hubieran descontado si costase 100 euros?

$$\frac{9}{48} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{9 \cdot 48}{100} = 18,75 \rightarrow \text{el descuento ha sido del } 18,75\%$$

También podría ver qué porcentaje estoy pagando: $\frac{39}{48} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{39 \cdot 100}{48} = 81,25$

si estoy pagando el 81,25% del precio $\rightarrow$ me han descontado $100\% - 81,25\% = 18,75\%$

Ejercicio 4

- a) Por kilo y cuarto de lomo ibérico he pagado 30 euros. ¿A Cuánto está el kilo? ¿Cuánto me costará un lomo de dos kilos y 350 gramos?

Solución:

El precio de un lomo y el peso del mismo son magnitudes directamente proporcionales.

Si conocemos el precio y el peso de un lomo, podemos conocer el precio o el peso de otro, teniendo uno de los datos.

$$1\text{ kg y cuarto} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ kg}$$

Usando una tabla:

Precio, en euros	30	x
Peso, en kg	1,25	1

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual:

$$\frac{30}{1,25} = \frac{x}{1} \rightarrow x = \frac{30}{1,25} = 24 \rightarrow \text{el kg de lomo está a 24 euros} \rightarrow 24 \text{ €/kg}$$

Ahora, 2 kg y 350 gramos del mismo lomo costarán $2,350 \cdot 24 = 56,40$ euros

$$\text{o así: } \frac{30}{1,25} = \frac{x}{2,35} \rightarrow x = \frac{2,35 \cdot 30}{1,25} = 56,40 \text{ euros}$$

- b) Un panadero utiliza 2 kg y medio de levadura por cada 60 kg de harina para amasar el pan. ¿Qué cantidad de harina podrá amasar con 8 kg de levadura?

Solución:

El peso de la levadura tiene que ser directamente proporcional al peso de la harina, para el doble de harina, necesitamos el doble de levadura.

Peso de la harina en kg	60	x
Peso de la levadura en kg	2,5	8

$$\text{Por ser una proporción directa, se cumple: } \frac{60}{2,5} = \frac{x}{8} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 8}{2,5} = 192$$

Con 8 kg de levadura podremos amasar 192 kg de harina.

Ejercicio 5

- a) He pagado 110,50 euros por una cazadora que estaba rebajada un 15%, ¿cuánto dinero he ahorrado por comprarla en el periodo de rebajas?

Solución:

La cazadora estaba rebajada un 15% → he pagado el $100\% - 15\% = 85\%$ → Si antes de la rebaja costaba x euros,

$$85\% \text{ de } x = 110,50 \rightarrow 0,85 \cdot x = 110,50 \rightarrow x = \frac{110,50}{0,85} = 130 \text{ euros}$$

El dinero que he ahorrado con la compra en rebajas es: $130 - 110,50 = 19,50$ euros

Usando un tabla :

Dinero en euros	110,50	x
porcentaje	85	15

$$\frac{110,50}{85} = \frac{x}{15} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 110,50}{85} = 19,5 \rightarrow \text{He ahorrado } 19,50 \text{ euros.}$$

- b) En Navidad, el precio del cordero subió un 8 % y pasó a costar 16,20 €/kg. ¿Cuánto costaba antes de la subida?

Solución:

Ha subido un 8%, pero como no conocemos el precio inicial, no podemos calcular el 8% de ese precio inicial. Tampoco podemos calcular el 8% de 16,20 y luego restarlo a 16,20 porque el 8% de subida no se calcula sobre el precio final, se hace sobre el precio inicial y no es lo mismo el 8% de 16,20 que el 8% de otra cantidad.

Como ha subido un 8%, ahora estamos pagando el $100\% + 8\% = 108\%$ del precio inicial, como no lo conocemos, lo llamamos $x \rightarrow 108\% \text{ de } x = 16,20 \rightarrow 1,08 \cdot x = 16,20 \rightarrow x = 16,20 : 1,08 = 15$ euros.

Usando una tabla :

Precio del kg de cordero, en euros	x	16,20
Porcentaje	100	108

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual :

$$\frac{x}{100} = \frac{16,20}{108} \rightarrow x = \frac{16,20 \cdot 100}{108} = 15 \rightarrow \text{el kg de cordero costaba } 15 \text{ euros antes de la subida}$$

Ejercicio 6

Completa las tablas de valores proporcionales e indica que tipo de proporción es en cada caso:

Magnitud A	18	9	6	12	4	1		
Magnitud B	8				36		2	16

Magnitud C		10	35	15	25			
Magnitud D	12	4	14			10	6	18

Solución:

Magnitud A	18	9	6	12	4	1	72	9
Magnitud B	8	16	24	12	36	144	2	16

$18 \cdot 8 = 4 \cdot 36 = 144$, las magnitudes A y B son inversamente proporcionales y todos los productos deben dar 144

Magnitud C	30	10	35	15	25	25	15	45
Magnitud D	12	4	14	6	10	10	6	18

$\frac{10}{4} = \frac{35}{14} = \frac{5}{2}$, las magnitudes C y D son directamente proporcionales y todos los cocientes deben ser fracciones equivalentes a $\frac{5}{2}$.

Ejercicio 7

Entre 6 amigos hemos alquilado un apartamento en la playa para este verano y tenemos que pagar, cada uno, 76 €. A cuánto tocaremos cada uno si finalmente se apuntan dos amigos más que lo están dudando.

Solución:

El número de amigos que alquilamos el apartamento y el precio que pagamos cada uno por el alquiler, son magnitudes inversamente proporcionales.

número de amigos	6	8
Precio que pagamos en euros	76	x

Por ser una proporción inversa, se cumple: $6 \cdot 76 = 8 \cdot x \rightarrow x = \frac{6 \cdot 76}{8} = 57$

Si se apuntan los dos amigos que dudan, pagaremos 57 euros por persona.

El precio del apartamento es $6 \cdot 76 = 456$ euros

Ejercicio 8

Tres chicos se turnan trabajando en una terraza de verano. Alberto ha trabajado 20 días, Javier 17 días y Mario 18 días. Si el dueño de la terraza ha pagado 2475 € para los tres, ¿cómo deben repartirse el dinero?

Solución:

El reparto debe ser directamente proporcional al número de días que ha trabajado cada uno.

Entre los tres chicos, han trabajado $20+17+18=55$ días

Los 2.475 euros corresponden a 55 días de trabajo $\rightarrow \frac{2475}{55}=45$ euros por día trabajado es la constante de proporcionalidad.

Alberto trabajó 20 días $\rightarrow$ le corresponden $20 \cdot 45 = 900$ euros.

Javier trabajó 17 días $\rightarrow$ le corresponden $17 \cdot 45 = 765$ euros.

Mario trabajó 18 días $\rightarrow$ le corresponden $18 \cdot 45 = 810$ euros.

También lo podríamos escribir como proporción $\rightarrow \frac{2475}{55} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 2475}{55} = 900$ euros, y así con todos.

Ejercicio 9

En un campamento hay 7 chicos más que chicas. Si las chicas son el 48 % del total de los participantes, ¿cuántas chicas han asistido al campamento?

Solución:

Si las chicas son el 48% del total de participantes $\rightarrow$ los chicos son el $100\% - 48\% = 52\%$

Hay 7 chicos más que chicas y hay un 4% más chicos que chicas $\rightarrow$ el 4% del total son 7

El 4% de $x = 7 \rightarrow \frac{4}{100} \cdot x = 7 \rightarrow 0,04 \cdot x = 7 \rightarrow x = 7 : 0,04 = 175$ El número de participantes es 175

Las chicas son el 48% de $175 = 0,48 \cdot 175 = 84$ en el campamento hay 84 chicas

Si usamos una tabla :

Número de personas	7	x
Porcentaje	4	48

$\frac{7}{4} = \frac{x}{48} \rightarrow x = \frac{7 \cdot 48}{4} = 84 \rightarrow$ hay 84 chicas.

Ejercicio 10

a) ¿Qué número aumentado en un 50% se convierte en 1275?

Solución:

El número pedido no lo conocemos, podemos llamarlo x .

Un número es el 100% de sí mismo. Si a ese número x lo aumentamos un 50%, tendremos el 150 % de x

El 150% de $x = 1275 \rightarrow \frac{150}{100} \cdot x = 1275 \rightarrow 1,5 \cdot x = 1275 \rightarrow x = 1275 : 1,5 = 850$ El número pedido es 850

b) ¿Qué número disminuido en un 25% da como resultado 285?

Solución:

El número pedido no lo conocemos, podemos llamarlo x .

Si a ese número x lo disminuimos un 25%, tendremos el $100\% - 25\% = 75\%$ de x

El 75% de $x = 285 \rightarrow \frac{75}{100} \cdot x = 285 \rightarrow 0,75 \cdot x = 285 \rightarrow x = 285 : 0,75 = 380$ El número pedido es 380

Si usamos una tabla:

Número	285	x
Porcentaje	75	100

$$\frac{285}{75} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{285 \cdot 100}{75} = 380 \rightarrow \text{el número es } 380.$$

Ejercicio 11

Una bolsa, con diferentes frutos secos, contiene 250g de pipas, 150g de maíz tostado, un 28% de cacahuètes, 200g de almendras y el 24% de pistachos.

- ¿Cuánto pesan los cacahuètes que hay en la bolsa?
- ¿Cuál es el porcentaje de pipas de la bolsa?

Solución:

Frutos secos de los que conocemos su porcentaje $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{cacahuètes : } 28\% \\ \text{pistachos : } 24\% \end{array} \right\}$ entre los dos : $28\% + 24\% = 52\%$

Falta un $100\% - 52\% = 48\%$ para completar la bolsa

Frutos secos de los que conocemos su peso $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{pipas : } 250 \text{ gramos} \\ \text{maíz tostado : } 150 \text{ gramos} \\ \text{almendras : } 200 \text{ gramos} \end{array} \right\}$ entre todos : $250 + 150 + 200 = 600 \text{ gramos}$

Esos 600 gramos se corresponden con el 48% de la bolsa que pesará x gramos.

$$\text{El } 48\% \text{ de } x = 600 \rightarrow \frac{48}{100} \cdot x = 600 \rightarrow 0,48 \cdot x = 600 \rightarrow x = 600 : 0,48 = 1250 \text{ La bolsa pesa } 1250 \text{ gramos}$$

Los cacahuètes son el 28% de 1250 = $0,28 \cdot 1250 = 350$ los cacahuètes pesan 350 gramos.

Las pipas pesan 250 gramos de los 1250 gramos que tiene la bolsa $\rightarrow \frac{250}{1250} = 0,2 \rightarrow$ las pipas son un 20% de la bolsa.

$$\text{O así : } \frac{250}{1250} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{250 \cdot 100}{1250} = 20 \rightarrow \text{las pipas son un } 20\% \text{ de la bolsa.}$$

Ejercicio 12

Un concurso literario tiene una dotación en premios de 8250 € que deben repartirse los tres finalistas, de forma inversamente proporcional al puesto en que se han clasificado (1º, 2º o 3º). ¿Cuánto le tocará a cada uno?

Solución:

El reparto debe ser inversamente proporcional al puesto en el que se ha clasificado cada uno.

Tenemos los puestos 1, 2 y 3 $\xrightarrow{\text{sus inversos son}}$ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$. Nos fijamos en que $1 < 2 < 3$, pero $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

Ahora repartimos los 8.250 euros de forma directamente proporcional a $1, \frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3} \rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$ y $8250 : \frac{11}{6} = \frac{8250 \cdot 6}{11} = 4500$

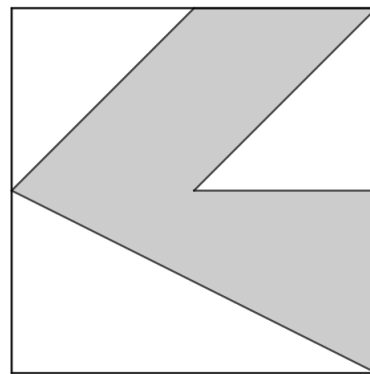
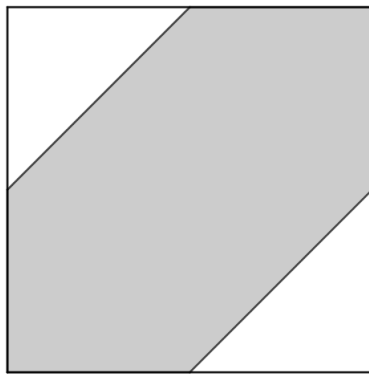
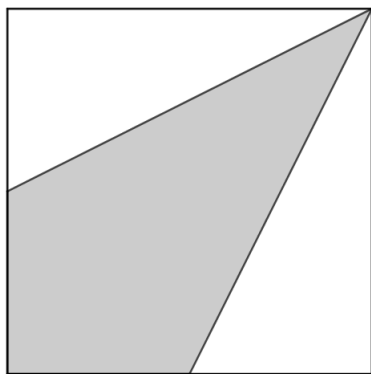
Al primero le corresponden $1 \cdot 4500 = 4500$ euros.

Al segundo le corresponden $\frac{1}{2} \cdot 4500 = 2250$ euros.

Al tercero le corresponden $\frac{1}{3} \cdot 4500 = 1500$ euros.

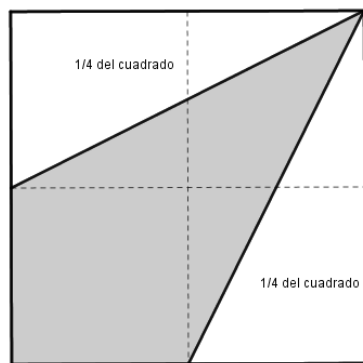
Ejercicio 13

Calcula el porcentaje que representa la parte sombreada en cada una de las figuras siguientes:



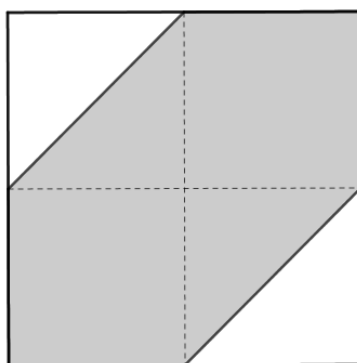
Solución:

Veamos qué fracción de cada figura representa la parte sombreada y, a partir de eso, lo pasamos a porcentaje.

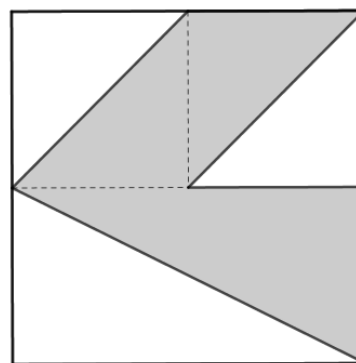


Cada triángulo no sombreado ocupa

$\frac{1}{4}$ del cuadrado. $\frac{4}{4} - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = 0,5 \rightarrow 50\%$



$\frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow 75\%$



$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = 0,5 \rightarrow 50\%$

Ejercicio 14

En una clase de bachillerato aprobaron la segunda evaluación de matemáticas $\frac{1}{4}$ de los alumnos. En la recuperación, aprobaron $\frac{2}{5}$ de los alumnos que estaban suspensos. ¿Qué porcentaje de los alumnos de la clase han aprobado finalmente la segunda evaluación de matemáticas?

Solución:

$$\text{En la segunda evaluación} \left\{ \begin{array}{l} \text{Aprobaron } \frac{1}{4} \\ \text{Suspendieron } \frac{3}{4} \end{array} \right. \rightarrow \text{en la recuperación} \left\{ \begin{array}{l} \text{Aprobaron } \frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} \\ \text{Suspendieron } \frac{3}{5} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20} \end{array} \right.$$

Si al final han suspendido $\frac{9}{20}$ de la clase, habrán aprobado $\frac{20}{20} - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

También se puede ver sumando los aprobados: $\frac{1}{4} + \frac{6}{20} = \frac{5}{20} + \frac{6}{20} = \frac{11}{20}$

El porcentaje de aprobados será: $\frac{11}{20} = 0,55 = 55\%$; o así: $\frac{11}{20} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{11 \cdot 100}{20} = 55\%$

Ejercicio 15

Caminando a una velocidad de 4 km/h tardo una hora y media en dar el paseo diario. ¿Cuánto tardaré en dar ese mismo paseo si aumento la velocidad a 5 km/h?

Solución:

Es una proporción inversa, si aumentamos la velocidad al doble, necesitaremos la mitad de tiempo para hacer el mismo recorrido.

Si usamos una tabla:

Velocidad en km/h	4	5
Tiempo invertido, en horas	1,5	x

$$5 \cdot x = 4 \cdot 1,5 \rightarrow x = \frac{4 \cdot 1,5}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \rightarrow \text{Tardará 1,2 horas en dar el paseo.}$$

Si lo pasamos a forma compleja $\rightarrow \begin{cases} 1 \text{ hora} + 0,2 \text{ horas} \\ 0,2 \text{ horas} = 0,2 \cdot 60 = 12 \text{ minutos} \end{cases} \rightarrow \text{Tardará 1 hora y 12 minutos en dar el paseo.}$

La constante de proporcionalidad es $4 \cdot 1,5 = 5 \cdot 1,2 = 6 \text{ km}$ es la distancia que recorre en el paseo.

Ejercicio 16

En un rebaño, las cabras son el 25% de las ovejas. ¿Qué porcentaje del rebaño representan las ovejas?

Solución:

Las cabras son el 25% de las ovejas $\rightarrow \left(25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}\right) \rightarrow$ Las cabras son $\frac{1}{4}$ (la cuarta parte) de las ovejas.

Entonces, por cada cabra hay 4 ovejas $\rightarrow$ de cada 5 animales del rebaño $\begin{cases} 1 \text{ es cabra} \\ 4 \text{ son ovejas} \end{cases}$

En el rebaño hay 4 ovejas de cada 5 animales $\rightarrow$ las ovejas son $\frac{4}{5}$ del rebaño $\rightarrow \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$

Las ovejas representan el 80% del rebaño.

Ejercicio 17

Alberto quiere repartir 150 euros entre sus tres sobrinos, de forma que por cada 5 euros que reciba el mayor, el mediano reciba 4 euros y el pequeño, tres euros. ¿Cuánto tiene que dar a cada uno?

Solución:

El reparto debe ser directamente proporcional.

$5+4+3=12 \rightarrow$ los 150 euros a repartir debemos hacerlos grupos de 12 euros y de cada grupo, al mayor le tocarán 5, al mediano 4 y al pequeño 3.

$\frac{150}{12} = 12,5$ grupos de 12 euros $\rightarrow \begin{cases} \text{Al mayor le corresponden } 5 \cdot 12,5 = 62,50 \text{ euros.} \\ \text{Al mediano le corresponden } 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ euros.} \\ \text{Al pequeño le corresponden } 3 \cdot 12,5 = 37,50 \text{ euros.} \end{cases} \quad (62,50 + 50 + 37,50 = 150)$

Ejercicio 18

Tres amigos se asocian para montar un pequeño negocio. Alberto participa con 7.000 euros, Carlos pone 10.000 euros y Daniel aporta 8.000 euros. ¿Qué porcentaje del negocio tiene cada uno de los socios?

Si después de un año de trabajo, se deben repartir 52.000 euros de beneficios, ¿cuánto le toca a cada uno?

Solución:

Para montar el negocio han puesto $7.000 + 10.000 + 8.000 = 25.000$ euros en total. Si uno hubiese puesto todo, tendría el 100% del negocio.

Alberto ha puesto 7.000 de los 25.000 $\rightarrow \frac{7000}{25000} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{7000 \cdot 100}{25000} = 28 \rightarrow$ Alberto tiene un 28% del negocio.

Carlos ha puesto 10.000 de los 25.000 $\rightarrow \frac{10000}{25000} = \frac{10}{25} = \frac{40}{100} = 40\% \rightarrow$ a Carlos le corresponde un 40% del negocio.

Daniel ha puesto 8.000 de los 25.000 $\rightarrow \frac{8000}{25000} = \frac{8}{25} = 0,32 = 32\% \rightarrow$ a Daniel le corresponde un 32% del negocio.

Si tienen que repartir beneficios, cada uno se llevará la parte proporcional al porcentaje de negocio que tienen:

$\begin{cases} \text{Alberto: } 28\% \text{ de } 52000 = 0,28 \cdot 52000 = 14.560 \text{ euros} \\ \text{Carlos: } 40\% \text{ de } 52000 = 0,4 \cdot 52000 = 20.800 \text{ euros} \\ \text{Daniel: } 32\% \text{ de } 52000 = 0,32 \cdot 52000 = 16.640 \text{ euros} \end{cases}$

Ejercicio 19

Si el importe de la factura de una reforma, con IVA (21%) incluido, es de 4235 €. ¿Qué cantidad corresponde a la reforma y cuánto estamos pagando de Impuestos (IVA)?

Solución:

La factura lleva el 21% de IVA añadido. El IVA (impuesto sobre el valor añadido) es un impuesto que se añade al 100% del valor del producto, o servicio, que adquiramos.

Esto quiere decir que no pagamos el 100% del valor de la reforma, pagamos el $100\% + 21\% = 121\%$ de ese valor.

Si llamamos x al valor de la reforma, en la factura aparece el 121% de x .

$$121\% \text{ de } x = 4235 \rightarrow \frac{121}{100} \cdot x = 4235 \rightarrow 1,21 \cdot x = 4235 \rightarrow x = 4235 : 1,21 = 3.500 \text{ euros costaba la reforma sin IVA.}$$

$$\text{La parte correspondiente al IVA será } \begin{cases} 21\% \text{ de } 3500 = 0,21 \cdot 3500 = 735 \text{ euros es el IVA.} \\ \text{o} \\ 4235 - 3500 = 735 \text{ euros} \end{cases}$$

Si usamos una tabla:

Importe en euros	4.235	x	y
Porcentaje	121	100	21

$$\frac{x}{100} = \frac{4235}{121} \rightarrow x = \frac{4235 \cdot 100}{121} = 3500 \rightarrow \text{el precio de la reforma, sin IVA, es 3.500 euros.}$$

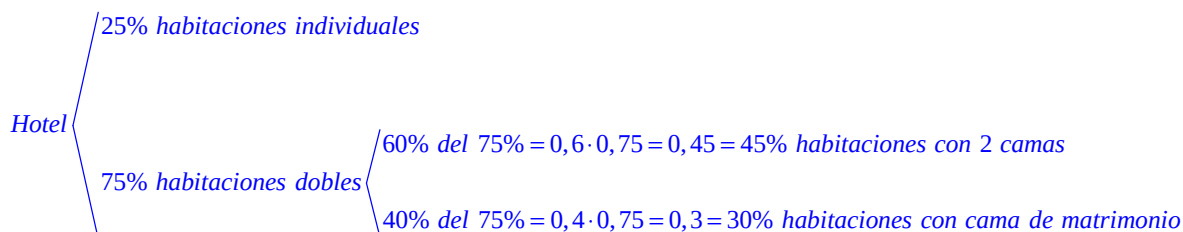
$$\frac{y}{21} = \frac{4235}{121} \rightarrow y = \frac{4235 \cdot 21}{121} = 735 \rightarrow \text{los impuestos de la reforma, IVA, son 735 euros.}$$

Ejercicio 20

En un hotel, el 25% de las habitaciones son individuales y el resto son dobles. El 60% de las habitaciones dobles tienen dos camas y el resto una cama de matrimonio.

- ¿Qué porcentaje de las habitaciones tienen dos camas?
- ¿Qué porcentaje de las habitaciones tienen cama de matrimonio?
- Si hay 42 habitaciones con cama de matrimonio, ¿cuántas habitaciones tiene el hotel?
- ¿Cuántas habitaciones hay de cada tipo?

Solución:



El 45% de las habitaciones tiene dos camas.

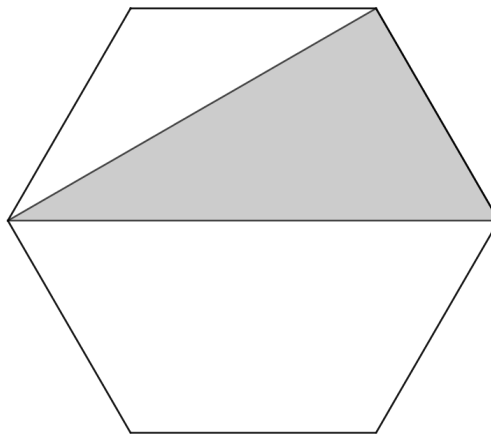
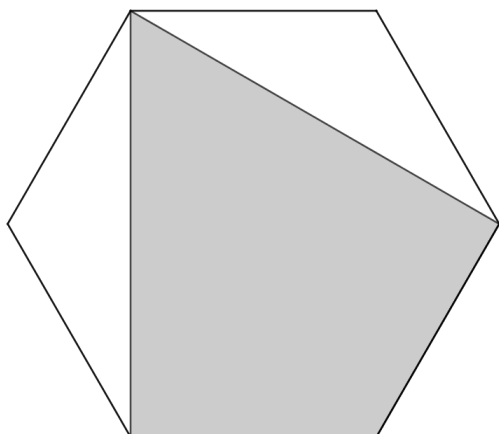
El 30% de las habitaciones tiene cama de matrimonio.

$$30\% \text{ del total de habitaciones} = 42 \rightarrow 0,3 \cdot x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{0,3} = 140 \rightarrow 140 \text{ habitaciones tiene el hotel.}$$

Hay 35 habitaciones individuales, 63 habitaciones de dos camas y 42 habitaciones con cama de matrimonio.

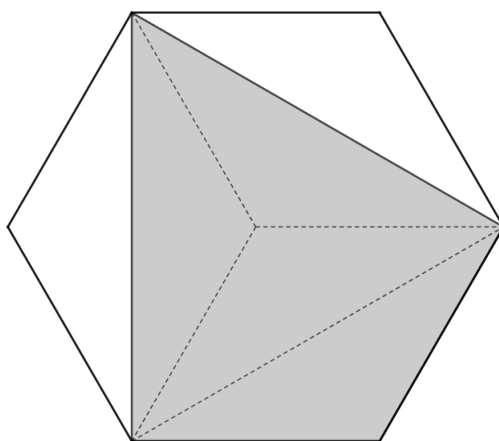
Ejercicio 21

Calcula el porcentaje que representa la parte sombreada en cada una de las figuras siguientes:

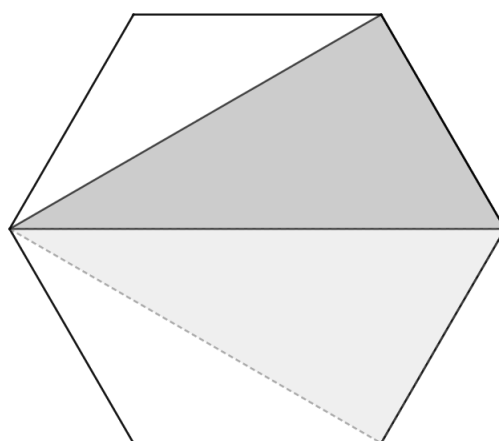


Solución:

Veamos qué fracción de cada figura representa la parte sombreada y, a partir de eso, lo pasamos a porcentaje.



$$\frac{4}{6} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 100}{6} = 66,6\%$$



$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = 0,3 \rightarrow 33,3\% \text{ o } \frac{1}{2} \text{ de } 66,6\% = 33,3\%$$

Ejercicio 22

Viajando a una determinada velocidad constante, tardamos 2 horas en realizar un trayecto. ¿Cuánto tardaríamos en realizar el mismo trayecto si aumentásemos la velocidad un 25%?

Solución:

La longitud del trayecto no varía. La velocidad y el tiempo necesario para realizar un trayecto son magnitudes inversamente proporcionales. Si las multiplicamos, debemos obtener el mismo resultado.

Si llamamos x a la velocidad que llevábamos, al aumentarla un 25% obtenemos el 125% de $x = 1,25 \cdot x$

$$t \cdot (1,25 \cdot x) = 2 \cdot x \rightarrow t = \frac{2 \cdot x}{1,25 \cdot x} \xrightarrow{\text{dividimos numerador y denominador entre } x} t = \frac{2}{1,25} = 1,6 \text{ horas} \quad \left\{ \begin{array}{l} (1+0,6) \text{ horas} \\ 0,6 \cdot 60 = 36 \text{ minutos} \end{array} \right.$$

Aumentando la velocidad un 25% tardaríamos 1 hora y 36 minutos en realizar el trayecto.

Ejercicio 23

a) ¿Qué porcentaje hay que aumentar a 800 para que se convierta en 860?

Solución:

$$\frac{860}{800} = 1,075 \rightarrow 860 \text{ es el } 107,5\% \text{ de } 800 \rightarrow \text{hay que aumentar un } 7,5\% \text{ a } 800 \text{ para obtener } 860.$$

b) ¿Qué número disminuido en un 80% da como resultado 28?

Solución:

$$100\% - 80\% = 20\% \rightarrow 20\% \text{ de } x = 28 \rightarrow 0,2 \cdot x = 28 \rightarrow x = \frac{28}{0,2} = 140 \rightarrow 140 \text{ disminuido un } 80\% \text{ nos da } 28.$$

Ejercicio 24

Una empresa dedica el 20% del presupuesto a investigación, y de esa partida el 35% está destinado al departamento de eficiencia energética.

- Qué porcentaje del presupuesto dedica la empresa a eficiencia energética.
- Si este departamento recibe 364000 €, ¿a cuánto asciende el presupuesto de la empresa?

Solución:

A eficiencia energética dedica el 35% del 20% = $0,35 \cdot 0,2 = 0,07 = 7\%$ → Dedicar un 7% del presupuesto.

$$\text{Un } 7\% \text{ del presupuesto son } 364.000 \text{ euros} \rightarrow 7\% \text{ de } x = 364000 \rightarrow 0,07 \cdot x = 364000 \rightarrow x = \frac{364000}{0,07} = 5200000$$

El presupuesto de la empresa es 5.200.000 euros

Ejercicio 25

Un concurso consiste en contestar preguntas sobre cultura general. Se reparte un premio de 11.400 € entre los tres primeros clasificados, de forma inversamente proporcional al número de errores que han cometido. Calcula lo que toca a cada uno, sabiendo que el ganador cometió 2 errores, el segundo 4 errores y el tercero 5 errores.

Solución:

El reparto debe ser inversamente proporcional al número de errores que ha cometido cada uno.

Tenemos los errores 2, 4 y 5 $\xrightarrow{\text{sus inversos son}}$ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$. Nos fijamos en que $2 < 4 < 5$, pero $\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

Ahora repartimos los 11.400 euros de forma directamente proporcional a $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$ y $11400 : \frac{19}{20} = 12000$

Al primero le corresponden $\frac{1}{2} \cdot 12000 = 6000$ euros.

Al segundo le corresponden $\frac{1}{4} \cdot 12000 = 3000$ euros.

Al tercero le corresponden $\frac{1}{5} \cdot 12000 = 2400$ euros.

Ejercicio 26

- a) He comprado una lavadora y en la factura aparece el precio de 484 €, IVA incluido (21 %). ¿Qué cantidad estamos pagando en concepto de IVA?

Solución:

La factura incluye el 21% de IVA → Estamos pagando el 121% del precio de la lavadora.

$$121\% \text{ de } x = 484 \text{ euros} \rightarrow 1,21 \cdot x = 484 \rightarrow x = \frac{484}{1,21} = 400 \text{ euros cuesta la lavadora sin IVA.}$$

$$484 - 400 = 84 \rightarrow \text{en concepto de IVA estamos pagando } 84 \text{ euros.}$$

- b) La publicidad de una tienda anuncia: 1ª Rebaja -10% , 2ª Rebaja -20% , 3ª Rebaja -30%. ¿Qué descuento obtenemos, en porcentaje, cuando se acumulan las tres rebajas?

Solución:

1ª rebaja → descuento 10% ; pagamos el 90%

2ª rebaja → descuento 20% de 90% = $0,2 \cdot 0,9 = 0,18 = 18\%$; pagamos el 80% de 90% = $0,8 \cdot 0,9 = 0,72 = 72\%$

3ª rebaja → descuento 30% de 72% = $0,3 \cdot 0,72 = 0,216 = 21,6\%$; pagamos el 70% de 72% = $0,7 \cdot 0,72 = 0,504 = 50,4\%$

$$\text{Descuento total : } 10\% + 18\% + 21,6\% = 49,6\%$$

También :

$$P_{\text{inicial}} \xrightarrow{-10\%} 0,9 \cdot P_{\text{inicial}} \xrightarrow{-20\%} 0,8 \cdot (0,9 \cdot P_{\text{inicial}}) \xrightarrow{-30\%} 0,7 \cdot (0,8 \cdot 0,9 \cdot P_{\text{inicial}}) = 0,504 \cdot P_{\text{inicial}}$$

$$\text{Después de las tres rebajas, pagamos el } 50,4\% \text{ del precio inicial} \rightarrow \text{Descuento total } 100\% - 50,4\% = 49,6\%.$$