ECUACIONES (Soluciones)

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ 4x+5-x=x-3-2x$

$4x-x-x+2x=-3-5$

$4x=-8$

$x=\dfrac{-8}{4} \quad \to \quad x=-2$

$b)\ 5-4x-7+5x=6x-8-x-2$

$-4x+5x-6x+x=-8-2-5+7$

$-4x=-8$

$x=\dfrac{-8}{-4} \quad \to \quad x=2$

$c)\ 3x-(5-2x)=2x+7-x$

$3x-5+2x=2x+7-x$

$3x+2x-2x+x=7+5$

$6x=12$

$x=\dfrac{12}{6} \quad \to \quad x=2$

$d)\ 3\cdot(x-2)-x=4\cdot(2-x)+4$

$3x-6-x=8-4x+4$

$3x-x+4x=8+4-6$

$6x=6$

$x=\dfrac{6}{6} \quad \to \quad x=1$

$e)\ 2\cdot(2-x)+3\cdot(2x-4)=8-(x-4)$

$4-2x+6x-12=8-x+4$

$-2x+6x+x=8+4-4+12$

$5x=20$

$x=\dfrac{20}{5} \quad \to \quad x=4$

$f)\ 4(2-x)-3(1+2x)=x-7(x-3)$

$8-4x-3-6x=x-7x+21$

$-4x-6x-x+7x=21-8+3$

$-4x=16$

$x=\dfrac{16}{-4} \quad \to \quad x=-4$

$g)\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{6}=x-4$

$\dfrac{3x}{6}+\dfrac{x}{6}=\dfrac{6x}{6}-\dfrac{24}{6}$

$\dfrac{3x+x}{6}=\dfrac{6x-24}{6}$

$3x+x=6x-24$

$3x+x-6x=-24$

$-2x=-24$

$x=\dfrac{-24}{-2} \quad \to \quad x=12$

$h)\ \dfrac{x+1}{4}+\dfrac{x}{3}-1=x+\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{3(x+1)}{12}+\dfrac{4x}{12}-\dfrac{12}{12}=\dfrac{12x}{12}+\dfrac{6}{12}$

$\dfrac{3x+3+4x-12}{12}=\dfrac{12x+6}{12}$

$3x+3+4x-12=12x+6$

$3x+4x-12x=6-3+12$

$-5x=15$

$x=\dfrac{15}{-5} \quad \to \quad x=-3$

$i)\quad \dfrac{x-2}{4}-\dfrac{4}{3}=\dfrac{3+x}{2}+\dfrac{x}{6}$

$$\frac{3(x-2)}{12}-\frac{16}{12}=\frac{6(3+x)}{12}+\frac{2x}{12}$$

$$\frac{3x-6-16}{12}=\frac{18+6x+2x}{12}$$

$$3x-22=18+8x$$

$$3x-8x=18+22$$

$$-5x=40$$

$$x=\frac{40}{-5}\quad\rightarrow\quad x=-8$$

$j)\quad \dfrac{x+1}{6}+\dfrac{x-4}{3}=x+\dfrac{1}{3}$

$$\frac{x+1}{6}+\frac{2(x-4)}{6}=\frac{6x}{6}+\frac{2}{6}$$

$$\frac{x+1+2x-8}{6}=\frac{6x+2}{6}$$

$$x+1+2x-8=6x+2$$

$$x+2x-6x=2-1+8$$

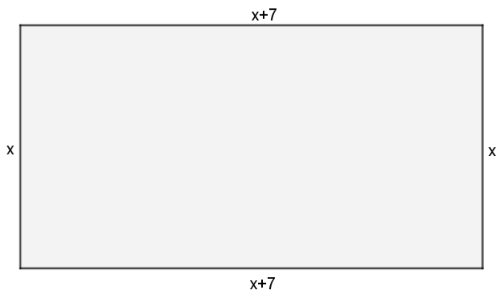
$$-3x=9$$

$$x=\frac{9}{-3}\quad\rightarrow\quad x=-3$$

<u>Ejercicio 2</u>

La base de un rectángulo es 7 cm mayor que la altura. Si el rectángulo tiene 74 cm de perímetro, calcula su área.

<u>Solución:</u>



Llamamos x a la medida de la altura del rectángulo.
La base medirá $x+7$

Como el perímetro del rectángulo es 74 cm $\rightarrow$ entre los cuatro lados suman 74 cm.

$$2x+2(x+7)=74\quad\rightarrow\quad 2x+2x+14=74$$

$$2x+2x=74-14$$

$$4x=60$$

$$x=\frac{60}{4}\quad\rightarrow\quad x=15\ cm$$

La altura del rectángulo mide 15 cm y la base, mide $15+7=22\ cm$

El área del rectángulo es $A=base\times altura\ \rightarrow\ A=22\cdot 15=330$

$$A_{rectángulo}=330\ cm^2$$

Ejercicio 3

Ana tiene 12 euros menos que Javier, pero tiene el doble de dinero que Carlos. Si entre los tres juntan 102 euros, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

Solución:

Tenemos que decidir a qué número llamamos x porque tenemos varias opciones, y cada opción dará lugar a una ecuación diferente, pero la solución del problema será la misma.

Opción 1:

$$\text{Llamamos } x \text{ al número de euros que tiene Ana} \rightarrow \begin{cases} \text{Javier tiene 12 euros más} \rightarrow x+12 \\ \text{Ana tiene el doble que Carlos} \rightarrow \text{Carlos tiene la mitad que Ana} \rightarrow \dfrac{x}{2} \end{cases}$$

Entre los tres suman 102 euros:

$$x+(x+12)+\frac{x}{2}=102 \quad \rightarrow \quad x+x+12+\frac{x}{2}=102 \quad \rightarrow \quad \frac{2x}{2}+\frac{2x}{2}+\frac{24}{2}+\frac{x}{2}=\frac{204}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{2x+2x+24+x}{2}=\frac{204}{2}$$

$$2x+2x+24+x=204$$

$$5x=204-24$$

$$5x=180 \quad \rightarrow \quad x=\frac{180}{5}=36 \text{ euros}$$

$$\text{Ana tiene 36 euros} \rightarrow \begin{cases} \text{Javier tiene } 36+12=48 \text{ euros} \\ \text{Carlos tiene } \dfrac{36}{2}=18 \text{ euros} \end{cases}$$

Opción 2:

$$\text{Llamamos } x \text{ al número de euros que tiene Carlos} \rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene el doble que Carlos} \rightarrow 2x \\ \text{Javier tiene 12 euros más que Ana} \rightarrow 2x+12 \end{cases}$$

Entre los tres suman 102 euros:

$$x+2x+(2x+12)=102 \quad \rightarrow \quad x+2x+2x+12=102$$

$$x+2x+2x=102-12$$

$$5x=90 \quad \rightarrow \quad x=\frac{90}{5}=18 \text{ euros}$$

$$\text{Carlos tiene 18 euros} \rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene } 2\cdot 18=36 \text{ euros} \\ \text{Javier tiene } 2\cdot 18+12=48 \text{ euros} \end{cases}$$

Opción 3:

$$\text{Llamamos } x \text{ al número de euros que tiene Javier} \rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene 12 euros menos} \rightarrow x-12 \\ \text{Ana tiene el doble que Carlos} \rightarrow \text{Carlos tiene la mitad que Ana} \rightarrow \dfrac{x-12}{2} \end{cases}$$

Entre los tres suman 102 euros:

$$x+(x-12)+\frac{x-12}{2}=102 \quad \rightarrow \quad x+x-12+\frac{x-12}{2}=102 \quad \rightarrow \quad \frac{2x}{2}+\frac{2x}{2}-\frac{24}{2}+\frac{x-12}{2}=\frac{204}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{2x+2x-24+x-12}{2}=\frac{204}{2}$$

$$2x+2x-24+x-12=204$$

$$5x=204+24+12$$

$$5x=240 \quad \rightarrow \quad x=\frac{240}{5}=48 \text{ euros}$$

$$\text{Javier tiene 48 euros} \rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene } 48-12=36 \text{ euros} \\ \text{Carlos tiene } \dfrac{48-12}{2}=18 \text{ euros} \end{cases}$$

Ahora puedes observar que todas las ecuaciones llevan a la misma solución del problema, pero es posible que alguna sea más sencilla que las otras, con lo que pensar bien a qué número llamamos x, puede facilitar la resolución.

Ejercicio 4

María nació cuando su padre, Javier, tenía 28 años. Ahora, Javier triplica la edad de María. Plantea y resuelve una ecuación para encontrar la edad actual de los dos.

Solución:

Tenemos que decidir a qué número llamamos x.

Opción 1:

Llamamos x a la edad de María $\rightarrow$ *Javier tiene* 28 *años más* $\rightarrow x+28$

Ahora, Javier tiene triple edad que María :

$$x+28=3x \quad \rightarrow \quad 28=3x-x \quad \rightarrow \quad 28=2x \quad \rightarrow \quad 2x=28 \quad \rightarrow \quad x=\frac{28}{2}=14$$

María tiene 14 *años* $\rightarrow$ *Javier* tiene $14+28=42$ *años*

Opción 2:

Llamamos x a la edad de Javier $\rightarrow$ *María tiene* 28 *años menos* $\rightarrow x-28$

Ahora, Javier tiene triple edad que María :

$$x=3(x-28) \quad \rightarrow \quad x=3x-84 \quad \rightarrow \quad x-3x=-84 \quad \rightarrow \quad -2x=-84 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-84}{-2}=42$$

Javier tiene 42 *años* $\rightarrow$ *María* tiene $42-28=14$ *años* $\rightarrow$

Ejercicio 5

En una granja hay 35 gallinas más que vacas. Si hemos contado 244 patas, ¿cuántas gallinas hay en la granja?

Solución:

Si llamamos x al número de gallinas $\rightarrow$ *hay* 35 *vacas menos; el número de vacas será* $x-35$

Ahora, como las gallinas tienen dos patas y las vacas cuatro patas :

2 *patas por cada gallina* + 4 *patas por cada vaca* = 244

$$2x+4(x-35)=244 \quad \rightarrow \quad 2x+4x-140=244 \quad \rightarrow \quad 2x+4x=244+140 \quad \rightarrow \quad 6x=384 \quad \rightarrow \quad x=\frac{384}{6} \quad \rightarrow \quad x=64$$

En la granja hay 64 *gallinas y* $64-35=29$ *vacas.*

Ejercicio 6

Ángel, Beatriz y Carlos poseen un montón de canicas. Beatriz tiene el doble que Carlos y Ángel tiene 10 más que Beatriz. Si entre los tres juntan 80 canicas, ¿cuántas tiene cada uno?

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ al número de canicas de Carlos} \rightarrow \begin{cases} \text{Beatriz tiene el doble que Carlos} \rightarrow 2x \\ \text{Ángel tiene } 10 \text{ más que Beatriz} \rightarrow 2x+10 \end{cases}$$

Ahora, como entre los tres suman 80 canicas:

$$x+2x+2x+10=80 \rightarrow x+2x+2x=80-10 \rightarrow 5x=70 \rightarrow x=\frac{70}{5} \rightarrow x=14$$

$$\text{Carlos tiene 14 canicas} \rightarrow \begin{cases} \text{Beatriz tiene } 2\cdot 14=28 \text{ canicas} \\ \text{Ángel tiene } 28+10=38 \text{ canicas} \end{cases}$$

Ejercicio 7

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $1-2(3x+1)=4(x-1)-(6-2x)$

$$1-6x-2=4x-4-6+2x$$

$$-6x-4x-2x=-4-6-1+2$$

$$-12x=-9$$

$$x=\frac{-9}{-12} \rightarrow x=\frac{3}{4}$$

b) $\dfrac{2-x}{5}+\dfrac{2x-3}{4}=\dfrac{x-12}{20}$

$$\frac{8-4x}{20}+\frac{10x-15}{20}=\frac{x-12}{20}$$

$$\frac{8-4x+10x-15}{20}=\frac{x-12}{20}$$

$$8-4x+10x-15=x-12$$

$$-4x+10x-x=-12-8+15$$

$$5x=-5$$

$$x=\frac{-5}{5} \rightarrow x=-1$$

c) $2+3\cdot(x-2)-x=5\cdot(2-x)+7$

$$2+3x-6-x=10-5x+7$$

$$3x-x+5x=10+7-2+6$$

$$7x=21$$

$$x=\frac{21}{7} \rightarrow x=3$$

d) $\dfrac{2x-3}{4}+\dfrac{x}{3}-3=2x-\dfrac{1}{4}$

$$\frac{6x-9}{12}+\frac{4x}{12}-\frac{36}{12}=\frac{24x}{12}-\frac{3}{12}$$

$$\frac{6x-9+4x-36}{12}=\frac{24x-3}{12}$$

$$6x-9+4x-36=24x-3$$

$$6x+4x-24x=-3+9+36$$

$$-14x=42$$

$$x=\frac{42}{-14} \rightarrow x=-3$$

$$e)\ \frac{3(x-2)}{4}+\frac{x+1}{6}=x-3$$

$$\frac{9(x-2)}{12}+\frac{2(x+1)}{12}=\frac{12(x-3)}{12}$$

$$\frac{9x-18+2x+2}{12}=\frac{12x-36}{12}$$

$$9x-18+2x+2=12x-36$$

$$9x+2x-12x=-36+18-2$$

$$-x=-20 \quad \rightarrow \quad x=20$$

$$f)\ \frac{x-1}{4}-\frac{x-3}{3}=x+4$$

$$\frac{3x-3}{12}-\frac{4x-12}{12}=\frac{12x+48}{12}$$

$$3x-3-(4x-12)=12x+48$$

$$3x-3-4x+12=12x+48$$

$$3x-4x-12x=48+3-12$$

$$-13x=39 \ \rightarrow \ x=\frac{39}{-13} \rightarrow x=-3$$

Ejercicio 8

En una fiesta, el número de mujeres es el doble del número de hombres. Los niños son la mitad del número de hombres y mujeres juntos. Halla cuántos hombres, mujeres y niños hay en la fiesta si el total es de 54 personas.

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ al número de hombres de la fiesta} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{mujeres hay el doble} \rightarrow 2x \\ \text{niños, la mitad que hombres y mujeres juntos} \rightarrow \dfrac{x+2x}{2} \end{cases}$$

Hay 54 personas en la fiesta:

$$x+2x+\frac{3x}{2}=54 \quad \rightarrow \quad \frac{2x}{2}+\frac{4x}{2}+\frac{3x}{2}=\frac{108}{2} \quad \rightarrow \quad 2x+4x+3x=108 \quad \rightarrow \quad 9x=108 \quad \rightarrow \quad x=\frac{108}{9} \quad \rightarrow \quad x=12$$

$$\text{hombres hay } 12 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{mujeres hay } 2\cdot 12=24 \\ \text{niños hay } \dfrac{12+24}{2}=18 \end{cases}$$

Ejercicio 9

Un examen tipo test consta de 25 preguntas. Cada acierto suma 4 puntos y cada error resta 1 punto. Un alumno que contesta a todas las preguntas obtiene una puntuación de 60 puntos. Plantea y resuelve una ecuación para averiguar cuántas respuestas ha acertado.

Solución:

Si llamamos x al número de aciertos $\rightarrow$ el número de errores será $25-x$

Cada acierto suma 4 puntos y cada error resta 1 punto. Ha obtenido 60 puntos:

$$4\cdot x-1\cdot(25-x)=60 \quad \rightarrow \quad 4x-25+x=60 \quad \rightarrow \quad 4x+x=60+25 \quad \rightarrow \quad 5x=85 \quad \rightarrow \quad x=\frac{85}{5} \quad \rightarrow \quad x=17$$

Ha acertado 17 respuestas $\rightarrow$ ha tenido $25-17=8$ errores.

Ejercicio 10

Javier dice: "Hace 12 años mi edad era la mitad de la que tendré el próximo año. ¿Cuál es mi edad actual?"

Solución:

$$Llamamos\ x\ a\ la\ edad\ de\ Javier \quad \rightarrow \quad \begin{cases} hace\ 12\ años,\ Javier\ tenía \rightarrow\ x-12 \\ el\ próximo\ año,\ Javier\ tendrá \rightarrow\ x+1 \end{cases}$$

$Hace\ 12\ años,\ la\ edad\ de\ Javier\ era\ la\ mitad\ de\ la\ que\ tendrá\ el\ próximo\ año:$

$$x-12=\frac{x+1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{2x-24}{2}=\frac{x+1}{2} \quad \rightarrow \quad 2x-24=x+1 \quad \rightarrow \quad 2x-x=1+24 \quad \rightarrow \quad x=25$$

$Javier\ tiene\ 25\ años$

Ejercicio 11

En una ferretería hemos comprado tacos, a 5 céntimos cada uno, y tornillos, a 8 céntimos cada unidad. Si nos llevamos 3 tornillos menos que tacos y hemos pagado 6 € por todo, ¿cuántos tornillos y tacos hemos comprado?

Solución:

$Si\ llamamos\ x\ al\ número\ de\ tacos\ que\ compramos \quad \rightarrow \quad el\ número\ de\ tornillos\ que\ compramos\ es\ \ x-3$

$Cada\ taco\ cuesta\ 5\ céntimos\ y\ cada\ tornillo\ 8\ céntimos.\ Pagamos\ por\ todo\ 6€=600\ céntimos:$

$$5x+8(x-3)=600 \quad \rightarrow \quad 5x+8x-24=600 \quad \rightarrow \quad 13x=624 \quad \rightarrow \quad x=\frac{624}{13} \quad \rightarrow \quad x=48$$

$Hemos\ comprado\ 48\ tacos\ y\ 45\ tornillos.$

Ejercicio 12

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$a)\ \ x^2-5x+6=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-5 \\ c=6 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3 \quad \rightarrow \quad x=3 \\ \\ \frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2 \quad \rightarrow \quad x=2 \end{array} \right.$$

$b)\quad x^2+3x-4=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ c=-4 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot(-4)}}{2\cdot 1}=\frac{-3\pm\sqrt{9+16}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-3+5}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad \rightarrow \quad x=1 \\ \\ \frac{-3-5}{2}=\frac{-8}{2}=-4 \rightarrow x=-4 \end{array}\right.$$

$c)\quad x^2-3x-10=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-10 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 1\cdot(-10)}}{2\cdot 1}=\frac{3\pm\sqrt{9+40}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{49}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{3+7}{2}=\frac{10}{2}=5 \quad \rightarrow \quad x=5 \\ \\ \frac{3-7}{2}=\frac{-4}{2}=-2 \rightarrow x=-2 \end{array}\right.$$

$d)\quad x^2-10x+25=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-10 \\ c=25 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot 1\cdot 25}}{2\cdot 1}=\frac{10\pm\sqrt{100-100}}{2}=\frac{10\pm 0}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{10+0}{2}=\frac{10}{2}=5 \rightarrow x=5 \\ \\ \frac{10-0}{2}=\frac{10}{2}=5 \rightarrow x=5 \end{array}\right.$$

También podemos reconocer un producto notable:

$$x^2-10x+25=(x-5)^2 \quad \rightarrow \quad (x-5)^2=0 \quad \rightarrow \quad x-5=0 \quad \rightarrow \quad x=5 \ \ \textit{solución doble}$$

Ejercicio 13

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$a)\quad 6x^2-5x+1=0$

$$\begin{cases} a=6 \\ b=-5 \\ c=1 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 6\cdot 1}}{2\cdot 6}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{12}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{12}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{5+1}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{1}{2} \\ \\ \frac{5-1}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3} \rightarrow x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$b)\ \ 9x^2-6x+1=0$

$$\begin{cases} a=9 \\ b=-6 \\ c=1 \end{cases} \rightarrow\ x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot 9\cdot 1}}{2\cdot 9}=\frac{6\pm\sqrt{36-36}}{18}=\frac{6\pm 0}{18}=\begin{cases} \dfrac{6+0}{18}=\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}\ \rightarrow\ x=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{6-0}{18}=\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}\ \rightarrow\ x=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

También podemos reconocer un producto notable:

$9x^2-6x+1=(3x-1)^2\ \rightarrow\ (3x-1)^2=0\ \rightarrow\ 3x-1=0\ \rightarrow\ x=\frac{1}{3}$ *solución doble*

$c)\ \ 4x^2-11x-3=0$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=-11 \\ c=-3 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-11)\pm\sqrt{(-11)^2-4\cdot 4\cdot(-3)}}{2\cdot 4}=\frac{11\pm\sqrt{121+48}}{8}=\frac{11\pm\sqrt{169}}{8}=\begin{cases} \dfrac{11+13}{8}=\dfrac{24}{8}=3\rightarrow x=3 \\ \dfrac{11-13}{8}=\dfrac{-2}{8}=-\dfrac{1}{4}\rightarrow x=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

$d)\ \ 6x^2+5x-1=0$

$$\begin{cases} a=6 \\ b=5 \\ c=-1 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 6\cdot(-1)}}{2\cdot 6}=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{12}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{12}=\begin{cases} \dfrac{-5+7}{12}=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}\ \rightarrow\ x=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{-5-7}{12}=\dfrac{-12}{12}=-1\ \rightarrow\ x=-1 \end{cases}$$

Ejercicio 14

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$a)\ \ 3x^2-5x=x^2-2\ \rightarrow\ 3x^2-5x-x^2+2=0\ \rightarrow\ 2x^2-5x+2=0$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=2 \end{cases} \rightarrow\ x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot 2}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{4}=\begin{cases} \dfrac{5+3}{4}=\dfrac{8}{4}=2\ \rightarrow\ x=2 \\ \dfrac{5-3}{4}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}\ \rightarrow\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$b)\ \ 3x^2-3-x=2x^2-x\ \rightarrow\ 3x^2-3-x-2x^2+x=0\ \rightarrow\ x^2-3=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \end{cases} \rightarrow\ x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}=\frac{0\pm\sqrt{12}}{2}=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{2^2\cdot 3}}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\ \rightarrow\ x=\sqrt{3} \\ \dfrac{-\sqrt{2^2\cdot 3}}{2}=\dfrac{-2\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}\ \rightarrow\ x=-\sqrt{3} \end{cases}$$

Mejor habría sido hacerlo así:

$x^2-3=0\ \rightarrow\ x^2=3\ \rightarrow\ x=\pm\sqrt{3}$ *soluciones:* $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{cases}$

$$c)\ \frac{x^2-x}{2}=\frac{2x^2-3}{5} \rightarrow 5\left(x^2-x\right)=2\left(2x^2-3\right) \rightarrow 5x^2-5x=4x^2-6 \rightarrow 5x^2-5x-4x^2+6=0 \rightarrow x^2-5x+6=0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-5 \\ c=6 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3 \rightarrow x=3 \\ \\ \frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2 \rightarrow x=2 \end{array}\right.$$

$$d)\ \frac{7x^2}{6}+x=x^2-\frac{4}{3} \rightarrow \frac{7x^2}{6}+\frac{6x}{6}=\frac{6x^2}{6}-\frac{8}{6} \rightarrow 7x^2+6x=6x^2-8 \rightarrow 7x^2+6x-6x^2+8=0 \rightarrow x^2+6x+8=0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=6 \\ c=8 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 1\cdot 8}}{2\cdot 1}=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{4}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{6+2}{2}=\frac{8}{2}=4 \rightarrow x=4 \\ \\ \frac{6-2}{2}=\frac{4}{2}=2 \rightarrow x=2 \end{array}\right.$$

Ejercicio 15

Un kilo de manzanas cuesta el doble que uno de naranjas. Por tres kilos de naranjas y uno de manzanas he pagado 6 €. ¿A cuánto están las naranjas y a cuanto las manzanas?

Solución:

Llamamos x al precio en euros de un kilo de naranjas. Entonces, un kilo de manzanas cuesta $2x$ euros.

3 kilos de naranjas + 1 kilo de manzanas cuestan 6 euros $\rightarrow 3\cdot x+1\cdot(2x)=6 \rightarrow 3x+2x=6 \rightarrow 5x=6 \rightarrow x=\frac{6}{5}=1,2$

Las naranjas cuestan $1,20$ €/kg *y las manzanas* $2,40$ €/kg

Ejercicio 16

Un padre tiene 45 años y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?

Solución:

Llamamos x al número de años que deben transcurrir para que se cumpla la condición que propone el problema.

El padre tiene 45 años $\xrightarrow{\text{dentro de } x \text{ años tendrá}}$ $45+x$ *años*

El hijo tiene 11 años $\xrightarrow{\text{dentro de } x \text{ años tendrá}}$ $11+x$ *años*

Dentro de x años, la edad del padre debe der el triple que la edad del hijo: $45+x=3\cdot(11+x)$

$$45+x=3\cdot(11+x) \quad \rightarrow \quad 45+x=33+3x \quad \rightarrow \quad 45-33=3x-x \quad \rightarrow \quad 12=2x \quad \rightarrow \quad x=\frac{12}{2}=6$$

Tienen que pasar 6 *años y entonces el padre tendrá* 51 *años y el hijo* 17 *años* $(51$ *es el triple de* $17)$.

Ejercicio 17

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ \ 4(2-x)-3(1+2x)=x-7(x-3)$

$$8-4x-3-6x=x-7x+21$$
$$-4x-6x-x+7x=21+3-8$$
$$-4x=16$$
$$x=\frac{16}{-4} \quad \rightarrow \quad x=-4$$

$b)\ \ \frac{x-2}{4}-\frac{4}{3}=\frac{3+x}{2}+\frac{x}{6}$

$$\frac{3x-6}{12}-\frac{16}{12}=\frac{18+6x}{12}+\frac{2x}{12}$$
$$3x-6-16=18+6x+2x$$
$$-6-16-18=6x+2x-3x$$
$$-40=5x$$
$$\frac{-40}{5}=x \quad \rightarrow \quad x=-8$$

$c)\ \ 3x(1+x)-5=2(8+x^2)-x$

$$3x+3x^2-5=16+2x^2-x \quad \rightarrow \quad 3x+3x^2-5-16-2x^2+x=0 \quad \rightarrow \quad x^2+4x-21=0$$

$$x^2+4x-21=0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=-21 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 1\cdot(-21)}}{2\cdot 1}=\frac{-4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{100}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{-4+10}{2}=\dfrac{6}{2}=3 \rightarrow x=3 \\[2ex] \dfrac{-4-10}{2}=\dfrac{-14}{2}=-7 \rightarrow x=-7 \end{array}\right.$$

Ejercicio 18

Doce amigos fueron a un concierto de rock. El precio de la entrada era de 8,50 €, pero consiguieron algunas con el 20% de descuento. Si en total pagaron 93,50 €, ¿cuántas entradas rebajadas consiguieron?

Solución:

Llamamos x al número de entradas rebajadas. Como son 12 amigos $\rightarrow$ *las entradas sin rebajar serán* $12-x$

Por cada entrada sin rebajar pagan 8,50 *euros*
Por cada entrada rebajada un 20% *pagan el* 80% *de* $8,50=0,8\cdot 8,50=6,80$ *euros*

entradas rebajadas + entradas sin rebajar han costado 93,50 *euros*

$6,80\cdot x+8,50\cdot(12-x)=93,50$

$6,8x+102-8,5x=93.5 \rightarrow 6,8x-8,5x=93,5-102 \rightarrow -1,7x=-8,5 \rightarrow x=\dfrac{-8,5}{-1,7}=5$

Han conseguido 5 *entradas rebajadas y* 7 *entradas sin rebajar.*

Ejercicio 19

Un ciclista sale a entrenar a una velocidad constante de 32 km/h. Media hora más tarde y desde el mismo sitio, sale en su busca un coche a 80 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo y a qué distancia del punto de partida lo encontrará?

Solución:

Llamamos x al tiempo en horas que tarda el coche en alcanzar al ciclista.

El espacio recorrido por los dos es el mismo. El ciclista está pedaleando media hora más que el coche rodando.

$$\text{Sabemos que espacio}=\text{velocidad}\times\text{tiempo} \rightarrow \begin{cases}\text{espacio que recorre el coche } e=80\cdot x\\ \text{espacio que recorre el ciclista } e=32\cdot\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\end{cases}$$

$80\cdot x=32\cdot\left(x+\dfrac{1}{2}\right) \rightarrow 80x=32x+\dfrac{32}{2} \rightarrow 80x-32x=16 \rightarrow 48x=16 \rightarrow x=\dfrac{16}{48}=\dfrac{1}{3}$

El coche ha tardado $\dfrac{1}{3}$ *de hora* = 20 *minutos en alcanzar al ciclista.*

El espacio que han recorrido es $80\cdot\dfrac{1}{3}=26\,km\;y\,\dfrac{2}{3}$ *de km* $\simeq$ 26 *km y* 667 *metros.*

El ciclista ha estado pedaleando $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{6}$ *de hora* = 50 *minutos.*

Ejercicio 20

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

$$a)\ 5x-(2+3x)=7x+6-x$$

$$5x-2-3x=7x+6-x$$

$$5x-3x-7x+x=6+2$$

$$-4x=8 \quad \rightarrow \quad x=\frac{8}{-4} \quad \rightarrow \quad x=-2$$

$$b)\ \frac{x}{4}+\frac{1}{2}\cdot\left(2-\frac{x}{3}\right)=\frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{4}+\frac{2}{2}-\frac{x}{6}=\frac{4}{3}$$

$$\frac{3x}{12}+\frac{12}{12}-\frac{2x}{12}=\frac{16}{12}$$

$$3x+12-2x=16$$

$$3x-2x=16-12 \quad \rightarrow \quad x=4$$

$$c)\ \frac{6-2x}{5}+\frac{5x-2}{4}=2-\frac{x+8}{2}$$

$$\frac{4(6-2x)}{20}+\frac{5(5x-2)}{20}=\frac{40}{20}-\frac{10(x+8)}{20}$$

$$4(6-2x)+5(5x-2)=40-10(x+8)$$

$$24-8x+25x-10=40-10x-80$$

$$-8x+25x+10x=40-80-24+10$$

$$27x=-54 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-54}{27} \quad \rightarrow \quad x=-2$$

Ejercicio 21

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$a)\ 2x^2-x-1=0$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{1+3}{4}=\dfrac{4}{4}=1 \quad \rightarrow \quad x=1 \\[2ex] \dfrac{1-3}{4}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2} \quad \rightarrow \quad x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$b)\quad 2x\cdot(x-1)=3(x-1)$

$2x\cdot(x-1)=3(x-1) \;\rightarrow\; 2x^2-2x=3x-3 \;\rightarrow\; 2x^2-2x-3x+3=0 \;\rightarrow\; 2x^2-5x+3=0$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=3 \end{cases} \rightarrow\; x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{5+1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2} \;\rightarrow\; x=\frac{3}{2} \\ \\ \frac{5-1}{4}=\frac{4}{4}=1 \;\rightarrow\; x=1 \end{array}\right.$$

$c)\quad 3x-\frac{5}{x}=2$

$3x-\frac{5}{x}=2 \;\rightarrow\; \frac{3x^2}{x}-\frac{5}{x}=\frac{2x}{x} \;\rightarrow\; 3x^2-5=2x \;\rightarrow\; 3x^2-2x-5=0$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=-2 \\ c=-5 \end{cases} \rightarrow\; x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 3\cdot(-5)}}{2\cdot 3}=\frac{2\pm\sqrt{4+60}}{6}=\frac{2\pm\sqrt{64}}{6}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{2+8}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3} \;\rightarrow\; x=\frac{5}{3} \\ \\ \frac{2-8}{6}=\frac{-6}{6}=-1 \;\rightarrow\; x=-1 \end{array}\right.$$

<u>Ejercicio 22</u>

Antonio dice: si al triple de la edad que tenía hace nueve años le restas la mitad de la que tendré dentro de tres años, obtendrás mi edad actual. ¿Cuántos años tengo?

<u>Solución:</u>

$x \;\rightarrow\; \textit{edad actual de Antonio}$

$3\cdot(x-9) \;\rightarrow\; \textit{triple de la edad que tenía hace nueve años}$

$\frac{x+3}{2} \;\rightarrow\; \textit{la mitad de la edad que tendrá dentro de tres años}$

$$3\cdot(x-9)-\frac{x+3}{2}=x \;\rightarrow\; 3x-27-\frac{x+3}{2}=x \;\rightarrow\; \frac{6x-54}{2}-\frac{x+3}{2}=\frac{2x}{2} \;\rightarrow\; 6x-54-(x+3)=2x$$

$$6x-54-x-3=2x$$

$$6x-x-2x=54+3$$

$$3x=57 \;\rightarrow\; x=\frac{57}{3}=19$$

Antonio tiene 19 años

Ejercicio 23

Dada la ecuación $ax^2+8x-3=0$, halla el valor del parámetro "a" sabiendo que una de sus soluciones es $x=-3$. Calcula la otra solución.

Solución:

Si $x=-3$ *es una solución de la ecuación* $ax^2+8x-3=0$, *significa que si sustituímos* x *por* (-3) *se verifica la igualdad.*

$$a\cdot(-3)^2+8\cdot(-3)-3=0 \;\rightarrow\; 9a-24-3=0 \;\rightarrow\; 9a-27=0 \;\rightarrow\; 9a=27 \;\rightarrow\; a=\frac{27}{9} \;\rightarrow\; a=3$$

Entonces, la ecuación es: $3x^2+8x-3=0$; *la resolvemos para encontrar la otra solución.*

$$\begin{cases} a=3 \\ b=8 \\ c=-3 \end{cases} \rightarrow\; x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot 3\cdot(-3)}}{2\cdot 3}=\frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{6}=\frac{-8\pm\sqrt{100}}{6}=\begin{cases} \dfrac{-8+10}{6}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3} \\[2ex] \dfrac{-8-10}{6}=\dfrac{-18}{6}=-3 \end{cases}$$

La otra solución es $x=\dfrac{1}{3}$

Ejercicio 24

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\;\dfrac{x+1}{5}+1=\dfrac{x-1}{4}+\dfrac{x-1}{8} \;\rightarrow\; \dfrac{8x+8}{40}+\dfrac{40}{40}=\dfrac{10x-10}{40}+\dfrac{5x-5}{40}$

$8x+8+40=10x-10+5x-5$

$8x-10x-5x=-10-5-40-8$

$-7x=-63 \;\rightarrow\; x=\dfrac{-63}{-7} \;\rightarrow\; x=9$

$b)\;x-[3+2(6-2x)]=2(2x-5) \;\rightarrow\; x-3-2(6-2x)=4x-10$

$x-3-12+4x=4x-10$

$x+4x-4x=-10+12+3$

$x=5$

Ejercicio 25

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 1,20 €/litro, y, el segundo, de 0,90 €/litro, obteniendo 60 litros de mezcla a 1,04 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Solución:

No sabemos cuántos litros hemos puesto del primer líquido $\rightarrow$ *llamamos x a ese número de litros*

Como entre los dos líquidos hemos juntado 60 litros $\rightarrow$ *del segundo líquido hemos puesto* $(60-x)$ *litros*

$$Ahora: \quad \underbrace{1,20\cdot x}_{\text{coste del primer líquido}} + \underbrace{0,90\cdot(60-x)}_{\text{coste del segundo líquido}} = \underbrace{1,04\cdot 60}_{\text{coste de la mezcla}}$$

$$1,2x+54-0,9x=62,4 \quad \rightarrow \quad 1,2x-0,9x=62,4-54 \quad \rightarrow \quad 0,3x=8,4 \quad \rightarrow \quad x=\frac{8,4}{0,3}=28$$

Hemos puesto 28 litros del primer líquido y 32 litros del segundo.

Ejercicio 26

En una fiesta hay doble número de mujeres que de hombres. El número de niños es la quinta parte que el de hombres y mujeres juntos. Halla el número de hombres, mujeres y niños que hay en la fiesta, si el total es de 126 personas.

Solución:

$x \rightarrow$ *número de hombres en la fiesta*

$2x \rightarrow$ *número de mujeres*

$\frac{x+2x}{5} \rightarrow \frac{3x}{5} \rightarrow$ *número de niños*

$$x+2x+\frac{3x}{5}=126 \quad \rightarrow \quad 3x+\frac{3x}{5}=126 \quad \rightarrow \quad \frac{15x}{5}+\frac{3x}{5}=\frac{630}{5} \quad \rightarrow \quad 15x+3x=630 \quad \rightarrow \quad 18x=630 \quad \rightarrow \quad x=\frac{630}{18} \quad \rightarrow \quad x=35$$

En la fiesta hay 35 hombres, 70 mujeres y 21 niños

Ejercicio 27

Beatriz dice: si al triple de los años que tengo le restas la mitad de los que tenía hace un año, el resultado es 43. ¿Cuántos años tiene Beatriz?

Solución:

$$\text{Llamamos } x \text{ a la edad de Beatriz} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{el triple de su edad es } 3x \\ \text{la mitad de la edad que tenía hace un año es } \dfrac{x-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ahora la ecuación queda: } 3x-\frac{x-1}{2}=43 \quad \rightarrow \quad \frac{6x}{2}-\frac{x-1}{2}=\frac{86}{2} \quad \rightarrow \quad 6x-(x-1)=86 \quad \rightarrow \quad 6x-x+1=86$$

$$5x=86-1 \quad \rightarrow \quad x=\frac{85}{5} \quad \rightarrow \quad x=17$$

Beatriz tiene 17 años.

Ejercicio 28

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

$$a)\ 5(x+1)-(3-2x)=x-4(1-x) \quad \rightarrow \quad 5x+5-3+2x=x-4+4x$$

$$5x+2x-x-4x=-4+3-5$$

$$2x=-6$$

$$x=\frac{-6}{2} \quad \rightarrow \quad x=-3$$

$$b)\ \frac{6-2x}{8}-\frac{5x-3}{4}=4-\frac{x+3}{2} \rightarrow \quad \frac{6-2x}{8}-\frac{10x-6}{8}=\frac{32}{8}-\frac{4x+12}{8}$$

$$6-2x-(10x-6)=32-(4x+12)$$

$$6-2x-10x+6=32-4x-12$$

$$-2x-10x+4x=32-12-6-6$$

$$-8x=8$$

$$x=\frac{8}{-8} \quad \rightarrow \quad x=-1$$

Ejercicio 29

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$a)\ 2x(x+3)=1-(x+4) \quad \rightarrow \quad 2x^2+6x=1-x-4 \quad \rightarrow \quad 2x^2+7x+3=0$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=7 \\ c=3 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}=\frac{-7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{-7\pm\sqrt{25}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-7+5}{4}=-\frac{1}{2} \rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ \frac{-7-5}{4}=-3 \rightarrow x=-3 \end{array}\right.$$

$$b)\ 3x+\frac{2x}{x-1}=-2 \quad \rightarrow \quad \frac{3x(x-1)}{x-1}+\frac{2x}{x-1}=\frac{-2(x-1)}{x-1} \quad \rightarrow \quad 3x(x-1)+2x=-2(x-1)$$

$$3x^2-3x+2x=-2x+2$$

$$3x^2+x-2=0$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot3\cdot(-2)}}{2\cdot3}=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{6}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-1+5}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3} \rightarrow x=\frac{2}{3} \\ \frac{-1-5}{6}=\frac{-6}{6}=-1 \rightarrow x=-1 \end{array}\right.$$

Ejercicio 30

Un collar se rompió mientras jugaban dos enamorados, y una hilera de perlas se escapó. La sexta parte al suelo cayó, la quinta parte en la cama quedó, y un tercio la joven recogió. La décima parte el enamorado encontró y con seis perlas el cordón se quedó. Vosotros, los que buscáis la sabiduría, decidme cuántas perlas tenía el collar de los enamorados. (Del libro "El señor del Cero")

Solución:

$x \to$ *número de perlas que tenía el collar*

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+\frac{x}{10}+6=x \quad \to \quad \frac{5x}{30}+\frac{6x}{30}+\frac{10x}{30}+\frac{3x}{30}+\frac{180}{30}=\frac{30x}{30} \quad \to \quad 5x+6x+10x+3x+180=30x$$

$$24x+180=30x$$

$$24x-30x=-180$$

$$-6x=-180 \quad \to \quad x=\frac{-180}{-6} \quad \to \quad x=30$$

El collar tenía 30 perlas

Ejercicio 31

Dada la ecuación $2x^2+bx-7=0$, halla el valor del parámetro "b" sabiendo que una de sus soluciones es $x=-1$. Calcula la otra solución.

Solución:

Como $x=-1$ *es una solución de la ecuación* $2x^2+bx-7=0$ $\to$ *si sustituímos* x *por* (-1) *en la ecuación, se cumple la igualdad.*

$$2\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)-7=0 \quad \to \quad 2\cdot 1-b-7=0 \quad \to \quad 2-7=b \quad \to \quad -5=b$$

Ahora la ecuación queda: $2x^2-5x-7=0$; *la resolvemos para encontrar la otra solución.*

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=-7 \end{cases} \to \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-7)}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm\sqrt{25+56}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{81}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{5+9}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2} \\ \frac{5-9}{4}=\frac{-4}{4}=-1 \end{array} \right.$$

Una solución era $x=-1$ *y la otra solución es* $x=\frac{7}{2}$

Ejercicio 32

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)$ $\frac{3(x-1)}{2}-\frac{x-3}{4}=x-2$ $\quad \to \quad$ $\frac{6(x-1)}{4}-\frac{x-3}{4}=\frac{4(x-2)}{4}$

$$6(x-2)-(x-3)=4(x-2)$$

$$6x-12-x+3=4x-8$$

$$6x-x-4x=-8-3+12$$

$$x=1$$

$b)\ \frac{3x}{x+1}-1=\frac{2}{x} \qquad \rightarrow \qquad \frac{3x^2}{x(x+1)}-\frac{x(x+1)}{x(x+1)}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)}$

$$3x^2-x(x+1)=2(x+1)$$

$$3x^2-x^2-x=2x+2 \quad \rightarrow \quad 2x^2-3x-2=0$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=-2 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-2)}}{2\cdot 2}=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{25}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{3+5}{4}=2 \quad \rightarrow \quad x=2 \\ \frac{3-5}{4}=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Ejercicio 33

Un examen tipo test consta de 20 preguntas. Cada acierto suma 5 puntos y cada error resta 2 puntos. Si un alumno que contesta a todas las preguntas obtiene una puntuación de 51 puntos, ¿cuántos aciertos ha tenido? Plantea y resuelve una ecuación para dar respuesta al problema.

Solución:

Llamamos x al número de respuestas acertadas $\rightarrow$ las preguntas falladas serán las que faltan hasta 20, $(20-x)$

$$5\cdot(\text{número de aciertos})-2\cdot(\text{número de errores})=51 \text{ puntos}$$

$$5x-2(20-x)=51 \quad \rightarrow \quad 5x-40+2x=51 \quad \rightarrow \quad 7x=51+40 \quad \rightarrow \quad x=\frac{91}{7}=13$$

Ha acertado 13 preguntas.

Ejercicio 34

Calcula las dimensiones de un triángulo de 36 m^2 de área, sabiendo que su altura supera en 5 m a la mitad de su base.

Solución:

$x \rightarrow$ medida de la base en metros

$\frac{x}{2}+5 \rightarrow$ la altura es 5 metros mayor que la mitad de la base

Área de un triángulo $=\frac{\text{base}\times\text{altura}}{2}$

$$\frac{x\cdot\left(\frac{x}{2}+5\right)}{2}=36 \quad \rightarrow \quad x\cdot\left(\frac{x}{2}+5\right)=72 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{2}+5x=72 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{2}+\frac{10x}{2}=\frac{144}{2} \quad \rightarrow \quad x^2+10x-144=0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=10 \\ c=-144 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 1\cdot(-144)}}{2\cdot 1}=\frac{-10\pm\sqrt{100+576}}{2}==\frac{-10\pm\sqrt{676}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-10+26}{2}=8 \\ \frac{-10-26}{2}=\cancel{-18} \end{array}\right.$$

La base mide 8 metros y la altura 9 metros

Ejercicio 35

Antonio sale de paseo por un camino y mantiene una velocidad constante de 4 km/h. Una hora y cuarto más tarde, Benito sale a correr desde el mismo punto y por el mismo camino. Si lleva una velocidad de 10 km/h, cuánto tarda en alcanzar a Antonio y a qué distancia del punto de partida se encuentran.

Solución:

Llamamos x al tiempo en horas que tarda Benito en alcanzar a Antonio.

El espacio recorrido por los dos es el mismo. Antonio está caminando hora y cuarto más que Benito.

Una hora y cuarto la podemos poner como $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$ *de hora, o como* $1{,}25$ *horas*

Sabemos que $\text{espacio} = \text{velocidad} \times \text{tiempo} \rightarrow \begin{cases} \text{espacio que recorre Benito } e=10\cdot x \\ \text{espacio que recorre Antoni } e=4\cdot\left(x+\frac{5}{4}\right) \end{cases}$

$$10\cdot x = 4\cdot\left(x+\frac{5}{4}\right) \rightarrow 10x = 4x+\frac{20}{4} \rightarrow 10x-4x=5 \rightarrow 6x=5 \rightarrow x=\frac{5}{6}$$

Benito ha tardado $\frac{5}{6}$ *de hora* $=50$ *minutos en alcanzar a Antonio.*

El espacio que han recorrido cuando se encuentran es $10\cdot\frac{5}{6}=8\,km\; y\; \frac{1}{3}$ *de km* $\simeq 8$ *km y 333 metros.*

Ejercicio 36

– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x+3)\cdot(x-1)=0 \rightarrow$ *el producto de dos números, únicamente es cero cuando alguno de ellos es cero.*

$$(x+3)\cdot(x-1)=0 \rightarrow \text{las opciones que tenemos son}: \begin{cases} x+3=0 \rightarrow x=-3 \\ x-1=0 \rightarrow x=1 \end{cases} \rightarrow \text{soluciones} \begin{cases} x=-3 \\ x=1 \end{cases}$$

b) $(3x-1)\cdot(x+4)=0 \rightarrow$ *las opciones que tenemos son:* $\begin{cases} 3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3} \\ x+4=0 \rightarrow x=-4 \end{cases} \rightarrow$ *soluciones* $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ x=-4 \end{cases}$

– Encuentra una ecuación de 2º grado cuyas soluciones sean: $x=-1$ y $x=7$

Por lo visto en el apartado anterior, una ecuación con soluciones $x=-1$ *y* $x=7$*, sería* $(x+1)(x-7)=0$

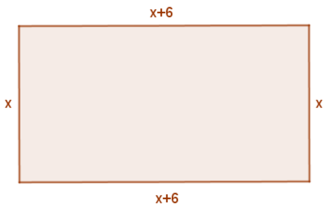
$(x+1)(x-7)=x^2-7x+x-7=x^2-6x-7 \rightarrow$ *la ecuación es:* $x^2-6x-7=0$

Ejercicio 37

En un rectángulo con 135 cm^2 de área, sabemos que la base es 6 cm mayor que la altura. Calcula el perímetro de dicho rectángulo.

Plantea y resuelve una ecuación para dar respuesta al problema.

Solución:



Llamamos x *a medida de la altura del rectángulo* $\rightarrow$ $x+6$ *será la medida de la base.*

$$A_{rectángulo} = base \times altura \quad \rightarrow \quad (x+6)\cdot x = 135 \quad \rightarrow \quad x^2+6x=135 \quad \rightarrow \quad x^2+6x-135=0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=6 \\ c=-135 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 1\cdot(-135)}}{2\cdot 1}=\frac{-6\pm\sqrt{36+540}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{576}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-6+24}{2}=9 \\ \frac{-6-24}{2}=\cancel{-15} \end{array}\right.$$

$$Si \quad x=9 \quad \rightarrow \quad x+6=15 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} La\ base\ mide\ 15\ cm \\ La\ altura\ mide\ 9\ cm \end{cases} \rightarrow el\ perímetro\ es\ 2\cdot 15+2\cdot 9=48\ cm$$

La solución $x=-15$ *no es válida porque la medida de la altura no puede ser negativa.*

Ejercicio 38

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)$ $\frac{x+3}{4}-\frac{2-x}{6}+1=\frac{3(x+1)}{2}-x \quad \rightarrow \quad \frac{3(x+3)}{12}-\frac{2(2-x)}{12}+\frac{12}{12}=\frac{18(x+1)}{12}-\frac{12x}{12}$

$$3(x+3)-2(2-x)+12=18(x+1)-12x$$
$$3x+9-4+2x+12=18x+18-12x$$
$$3x+2x-18x+12x=18-9+4-12$$
$$-x=1 \quad \rightarrow \quad x=-1$$

$b)$ $(x+3)^2+4(x-4)=4 \quad \rightarrow \quad x^2+6x+9+4x-16=4 \quad \rightarrow \quad x^2+10x-11=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=10 \\ c=-11 \end{cases} \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 1\cdot(-11)}}{2\cdot 1}=\frac{-10\pm\sqrt{100+44}}{2}=\frac{-10\pm\sqrt{144}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-10+12}{2}=1 \rightarrow x=1 \\ \frac{-10-12}{2}=-11 \rightarrow x=-11 \end{array}\right.$$

Ejercicio 39

En una clase, hay dos quintas partes de chicos. Las chicas superan en tres a la mitad de la clase. ¿Cuántos chicos hay en la clase? Plantea y resuelve una ecuación para obtener el resultado.

Solución:

$$\text{Llamamos } x \text{ al número de alumnos de la clase} \rightarrow \begin{cases} \text{Los chicos son } \dfrac{2x}{5} \\ \text{Las chicas son } \dfrac{x}{2}+3 \end{cases}$$

$$\text{chicos + chicas = número total de alumnos} \rightarrow \frac{2x}{5}+\frac{x}{2}+3=x \rightarrow \frac{4x}{10}+\frac{5x}{10}+\frac{30}{10}=\frac{10x}{10} \rightarrow 4x+5x+30=10x$$

$$30=10x-4x-5x \rightarrow 30=x$$

$$\text{En la clase hay } 30 \text{ alumnos y los chicos son } \frac{2}{5} \text{ de } 30=12$$

Ejercicio 40

– Resuelve las siguientes ecuaciones:
Indicación: No multipliques, piensa qué debe ocurrir para que un producto de dos números sea cero.

a) $(2x+3)\cdot(x^2+3x-10)=0$

$$(2x+3)\cdot(x^2+3x-10)=0 \xrightarrow{\text{las opciones que tenemos son:}} \begin{cases} 2x+3=0 \rightarrow 2x=-3 \rightarrow x=-\dfrac{3}{2} \\ x^2+3x-10=0 \rightarrow \text{ecuación de 2º grado} \end{cases}$$

$$x^2+3x-10=0 \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot(-10)}}{2\cdot1}=\frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{2}=\begin{cases} \dfrac{-3+7}{2}=2 \rightarrow x=2 \\ \dfrac{-3-7}{2}=-5 \rightarrow x=-5 \end{cases}$$

$$\text{Las soluciones son } x=-\frac{3}{2},\ x=2,\ x=-5$$

b) $(2x^2+x-1)\cdot(x^2+4x)=0$

$$(2x^2+x-1)\cdot(x^2+4x)=0 \xrightarrow{\text{las opciones que tenemos son:}} \begin{cases} 2x^2+x-1=0 \rightarrow \text{ecuación de 2º grado} \\ x^2+4x=0 \rightarrow \text{ecuación de 2º grado incompleta} \end{cases}$$

$$2x^2+x-1=0 \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot2\cdot(-1)}}{2\cdot2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{4}=\begin{cases} \dfrac{-1+3}{4}=\dfrac{2}{4} \rightarrow x=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{-1-3}{4}=-1 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$x^2+4x=0 \xrightarrow{\text{sacamos factor común}} x(x+4)=0 \xrightarrow{\text{las opciones son}} \begin{cases} x=0 \\ x+4=0 \rightarrow x=-4 \end{cases}$$

$$\text{Las soluciones son } x=\frac{1}{2},\ x=-1,\ x=0,\ x=-4$$

– Encuentra una ecuación de 2º grado cuyas soluciones sean: $x=-2 \;\; y \;\; x=\dfrac{2}{5}$

Una ecuación de segundo grado que tenga como soluciones $x=-2 \;\; y \;\; x=\dfrac{2}{5}$ *será:*

$(x+2)\left(x-\dfrac{2}{5}\right)=0$ *porque si sustituímos x por* -2*, el primer paréntesis es cero y si la sustituímos por* $\dfrac{2}{5}$*, es cero el segundo paréntesis.*

Operamos para simplificar un poco: $(x+2)\left(\dfrac{5x-2}{5}\right)=0 \;\rightarrow\; \dfrac{(x+2)(5x-2)}{5}=0 \;\rightarrow\; (x+2)(5x-2)=0 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 5x^2-2x+10x-4=0 \;\rightarrow\; 5x^2+8x-4=0$ *(puedes comprobar que esta ecuación tiene las soluciones pedidas)*

Ejercicio 41

Encuentra algún número entero tal que, si al cuadrado de dicho número, le restamos la mitad del cuadrado de su siguiente, obtenemos como resultado 49.

Plantea y resuelve una ecuación para dar respuesta al problema.

Solución:

Llamamos x al número entero que nos piden $\rightarrow \begin{cases} \textit{su cuadrado es } x^2 \\ \textit{La mitad del cuadrado de su siguiente es } \dfrac{(x+1)^2}{2} \end{cases}$

La ecuación será $\rightarrow\; x^2-\dfrac{(x+1)^2}{2}=49 \;\rightarrow\; \dfrac{2x^2}{2}-\dfrac{(x+1)^2}{2}=\dfrac{98}{2} \;\rightarrow\; 2x^2-(x+1)^2=98 \;\rightarrow\; 2x^2-(x^2+2x+1)=98$

$\rightarrow\; 2x^2-x^2-2x-1-98=0 \;\rightarrow\; x^2-2x-99=0$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-99 \end{cases} \rightarrow\; x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-99)}}{2\cdot 1}=\frac{2\pm\sqrt{4+396}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{400}}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{2+20}{2}=11 \\ \dfrac{2-20}{2}=-9 \end{array}\right.$$

Hay dos posibles números enteros que cumplen la condición: $\begin{cases} x=11 \;\rightarrow\; 11^2-\dfrac{12^2}{2}=121-\dfrac{144}{2}=121-72=49 \\ x=-9 \;\rightarrow\; (-9)^2-\dfrac{(-8)^2}{2}=81-\dfrac{64}{2}=81-32=49 \end{cases}$

Ejercicio 42

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ \frac{2x-1}{2}-\frac{3-2x}{3}+2=x-3 \quad \rightarrow$

$$\frac{6x-3}{6}-\frac{6-4x}{6}+\frac{12}{6}=\frac{6x-18}{6}$$
$$6x-3-(6-4x)+12=6x-18$$
$$6x-3-6+4x+12=6x-18$$
$$6x+4x-6x=-18-12+6+3$$
$$4x=-21 \quad \rightarrow \quad x=-\frac{21}{4}$$

$b)\ (2x+3)^2+6(x-4)=-15 \quad \rightarrow$

$$4x^2+12x+9+6x-24=-15$$
$$4x^2+18x-15+15=0$$
$$4x^2+18x=0 \quad \rightarrow \quad 2x(2x+9)=0 \xrightarrow{\text{Opciones}} \begin{cases} 2x=0 \rightarrow x=0 \\ 2x+9=0 \rightarrow x=-\frac{9}{2} \end{cases}$$

Ejercicio 43

Alberto es 26 años mayor que su hijo. Dentro de 4 años, la edad de Alberto será el triple que la edad de su hijo. Calcula las edades actuales de cada uno.

Plantea y resuelve una ecuación para dar respuesta al problema.

Solución:

$$\left| \begin{array}{l} \text{Llamamos } x \text{ a la edad del hijo} \\ \text{La edad de Alberto será } x+26 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Dentro de 4 años, las edades serán}} \left| \begin{array}{l} \text{edad del hijo } x+4 \\ \text{edad de Alberto } x+30 \end{array} \right.$$

Dentro de 4 años, la edad de Alberto será el triple que la edad de su hijo $\rightarrow$

$$x+30=3(x+4)$$
$$x+30=3x+12$$
$$x-3x=12-30$$
$$-2x=-18 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-18}{-2}=9$$

El hijo tiene 9 años y Alberto 35 años. Dentro de 4 años, tendrán 13 y 39 años, $(39=3\cdot 13)$.