

MÉTODOS ALGEBRAICOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

Tenemos tres métodos algebraicos de resolución y, todos ellos, persiguen **el objetivo de transformar** un sistema con **dos ecuaciones y dos incógnitas** en **una ecuación con una incógnita**.

El primero de esos métodos es el de **sustitución**. Analicemos los pasos a seguir con un ejemplo:

Dado el sistema:
$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

Primer paso: despejamos una incógnita de una de las ecuaciones (la que más fácil nos resulte, mejor si tiene coeficiente 1)

$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{por ejemplo, despejamos } x \text{ de la 1ª ecuación}} \begin{cases} x = 2y + 8 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

Segundo paso: sustituimos, el valor de la incógnita despejada, en la otra ecuación.

$$\begin{cases} x = 2y + 8 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{en la 2ª ecuación, sustituimos } x \text{ por } 2y + 8} \begin{cases} x = 2y + 8 \\ 2(2y + 8) + y = 1 \end{cases} \rightarrow 4y + 16 + y = 1$$

Tercer paso: resolvemos la ecuación con una incógnita que nos ha quedado.

$$4y + 16 + y = 1 \rightarrow 4y + y = 1 - 16 \rightarrow 5y = -15 \rightarrow y = \frac{-15}{5} \rightarrow y = -3$$

Cuarto paso: a partir del valor encontrado, sacamos el valor correspondiente para la otra incógnita.

$$x = 2y + 8 \xrightarrow{\text{como } y = -3} x = 2 \cdot (-3) + 8 \rightarrow x = -6 + 8 = 2 \rightarrow x = 2$$

Ahora, la solución del sistema será
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ejercicio 1

Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 4x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x + 9y = 4 \end{cases}$$

El segundo de los métodos algebraicos de resolución de sistemas es el de igualación. Analicemos los pasos a seguir con un ejemplo:

Dado el sistema:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

Primer paso: despejamos la misma incógnita de las dos ecuaciones (la que más fácil nos resulte)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{por ejemplo, despejamos } x \text{ de las dos ecuaciones}} \begin{cases} 3x = 2y + 8 \rightarrow x = \frac{2y+8}{3} \\ 2x = 1 - 3y \rightarrow x = \frac{1-3y}{2} \end{cases}$$

Segundo paso: como $x = x$, igualamos las dos expresiones que definen a x .

$$\begin{cases} x = \frac{2y+8}{3} \\ x = \frac{1-3y}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{igualamos los valores de } x} \frac{2y+8}{3} = \frac{1-3y}{2}$$

Tercer paso: resolvemos la ecuación con una incógnita que nos ha quedado.

$$\frac{2y+8}{3} = \frac{1-3y}{2} \rightarrow \frac{4y+16}{6} = \frac{3-9y}{6} \rightarrow 4y+16 = 3-9y \rightarrow 4y+9y = 3-16 \rightarrow 13y = -13 \rightarrow y = -1$$

Cuarto paso: a partir del valor encontrado, sacamos el valor correspondiente para la otra incógnita, en cualquiera de las expresiones que definen a x .

$$x = \frac{2y+8}{3} \xrightarrow{\text{como } y=-1} x = \frac{2 \cdot (-1) + 8}{3} \rightarrow x = \frac{-2+8}{3} = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow x = 2$$

Ahora, la solución del sistema será
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 2

Resuelve por el método de igualación los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 5y = 2 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - y = -1 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

El último de los métodos algebraicos es el de **reducción**. Este método persigue el mismo objetivo que los dos anteriores, transformar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, en una ecuación con una incógnita. Para ello aprovecharemos dos propiedades de las igualdades:

- Si en una igualdad, se multiplican los dos miembros por el mismo número, la igualdad se mantiene.
- Si sumamos dos igualdades, miembro a miembro, obtenemos otra igualdad, en este caso, otra ecuación equivalente.

Analicemos los pasos a seguir con un ejemplo:

Dado el sistema:
$$\begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

Primer paso: observamos el sistema para decidir por qué número, o números, debemos multiplicar a una o las dos ecuaciones, de tal forma que, al sumarlas, desaparezca una de las incógnitas.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{por ejemplo, multiplicamos la 2ª ecuación por } (-2)} \begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ -6x - 4y = -2 \end{cases}$$

Segundo paso: sumamos las ecuaciones, miembro a miembro, para obtener una ecuación equivalente con una incógnita.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ -6x - 4y = -2 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumamos las ecuaciones miembro a miembro}} \begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ -6x - 4y = -2 \end{cases} \begin{array}{r} + \\ \hline -x \quad = 6 \end{array}$$

Tercer paso: resolvemos la sencilla ecuación que nos ha quedado.

$$-x = 6 \quad \rightarrow \quad x = -6$$

Cuarto paso: a partir del valor encontrado, sacamos el valor correspondiente para la otra incógnita en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

$$3x + 2y = 1 \xrightarrow{\text{como } x = -6} 3 \cdot (-6) + 2y = 1 \rightarrow -18 + 2y = 1 \rightarrow 2y = 19 \rightarrow y = \frac{19}{2}$$

La solución del sistema será
$$\begin{cases} x = -6 \\ y = \frac{19}{2} \end{cases}$$

La clave está en averiguar, mirando el sistema, por qué número, o números, debemos multiplicar a una, o las dos ecuaciones, para que al sumarlas desaparezca una de las incógnitas.

Ventajas: es un método muy rápido porque la ecuación con una incógnita que obtenemos es muy sencilla.

Ejercicio 3

Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 3y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -7 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$$