

Ecuaciones de segundo grado

Entendemos por ecuación de segundo grado la siguiente igualdad : $ax^2 + bx + c = 0$

$ax^2 + bx + c$ es un polinomio de grado 2 $\rightarrow$ $\begin{cases} a \text{ es el coeficiente del monomio } ax^2, a \text{ no puede ser cero } (a \neq 0) \\ b \text{ es el coeficiente del monomio } bx, b \text{ puede ser cualquier número} \\ c \text{ es el término independiente, } c \text{ puede ser cualquier número} \end{cases}$

En la ecuación $3x^2 + 5x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -2 \end{cases}$; en la ecuación $2x^2 - 7x = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 0 \end{cases}$

El primer paso para resolver una ecuación de segundo grado es simplificar la expresión, si es necesario, hasta dejarla en la forma reducida $ax^2 + bx + c = 0$

Por ejemplo: $x(x+3) = 2(1-x-x^2) \rightarrow x^2 + 3x = 2 - 2x - 2x^2 \rightarrow x^2 + 3x + 2x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 0$

Segundo paso: cuando tenemos la ecuación en la forma reducida, podemos aplicar la siguiente fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Particularidades de esta fórmula:

1. $\rightarrow$ Es válida para resolver todas las ecuaciones de 2º grado, aunque a veces no será la mejor forma.
2. $\rightarrow -b$ es el opuesto de b , esto quiere decir que si b es positivo, $-b$ es negativo, y b es negativo, $-b$ es positivo.
3. $\rightarrow \pm$ quiere decir que cuando calcule el valor de la raíz cuadrada, una vez lo sumo con $-b$ y otra vez lo resto.
4. $\rightarrow$ El número $(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)$ se llama discriminante de la ecuación y nos determina el número de soluciones de ésta.

si $b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.
 si $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$, la ecuación tiene una solución real doble.
 si $b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales.

Cuando $b = 0$ o $c = 0$, se puede resolver la ecuación sin usar la fórmula. Se dice que la ecuación es incompleta.

Un consejo: no trates de memorizar la fórmula el primer día, **cada vez que resuelvas una ecuación de segundo grado, la copias** y así se irá quedando en tu memoria.

Ejemplos

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=5 \\ c=-2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{6} = \begin{cases} \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{1}{3} \\ \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow x = 3 \\ \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$2x^2 + 5x = 0$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=5 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow \text{se puede aplicar la fórmula pero como } c=0, \text{ también se puede extraer factor común:}$$

$$x(2x+5)=0, \text{ y las opciones para que el producto de dos números de cero, son: } \begin{cases} x=0 \\ 2x+5=0 \rightarrow x=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{y las soluciones son } \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=0 \\ c=-1 \end{cases} \rightarrow \text{se puede aplicar la fórmula pero como } b=0, \text{ también se puede despejar } x^2:$$

$$3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow \begin{cases} x = +\sqrt{4} = 2 \\ x = -\sqrt{4} = -2 \end{cases}$$

$$\text{y las soluciones son } \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$