UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2022-2023**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

E

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se le proponen.
Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.
DURACIÓN: 90 minutos.

A.1. (2 puntos) Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determine A^3 y A^{2023}.
b) Estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.

A.2. (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
b) Determine los extremos relativos de la función $f(x)$ indicando si son máximos o mínimos.

A.3. (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3 & x < 2 \\ e^x & x \geq 2 \end{cases}$$

a) Obtenga el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea continua en su dominio.
b) Calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$.

A.4. (2 puntos) Un estudio europeo sobre hábitos alimenticios y actividad física indica que el $27{,}4\,\%$ de mujeres españolas mayores de 16 años practica semanalmente alguna actividad física durante al menos 150 minutos, y que el $65{,}1\,\%$ consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día. Además, el $76{,}3\,\%$ de estas mujeres dedica semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física o consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día. Calcule la probabilidad de que eligiendo una mujer española mayor de 16 años al azar:
a) Dedique semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física y consuma de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día.
b) No dedique semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física, sabiendo que no consume de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día.

A.5. (2 puntos) Para estimar la proporción de empresas que tuvieron pérdidas durante el primer año de la pandemia se tomó una muestra de empresas al azar.
a) Sabiendo que la proporción poblacional es $P = 0{,}55$, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de empresas para garantizar que, con una confianza del $99,01\,\%$, el margen de error en la estimación no supere el $10\,\%$.
b) Si la muestra aleatoria fue de 100 empresas, de las cuales 70 tuvieron pérdidas, determine un intervalo de confianza al $95\,\%$ para la proporción de empresas que tuvieron pérdidas durante el primer año de pandemia.

B.1. (2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax + y + 2z & = & 1 \\ x + ay + 2z & = & a \\ x + 2y + az & = & 1 \end{array}\right.$$

a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a.
b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 0$.

B.2. (2 puntos) Una entrenadora personal debe diseñar una rutina para un cliente con una duración entre 45 y 60 minutos repartidos entre ejercicios de fuerza y cardiovasculares. El tiempo dedicado a los ejercicios de fuerza no puede superar al de los cardiovasculares, aunque el tiempo dedicado a los ejercicios de fuerza debe ser de al menos 20 minutos. La entrenadora considera que para su cliente el beneficio de un minuto cardiovascular es doble que un minuto de fuerza. ¿Qué duración de cada tipo de ejercicios resulta más beneficiosa para su cliente en la rutina programada? ¿Y la menos beneficiosa?

B.3. (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f(x) = x + \frac{2}{x}$$

a) Halle el dominio de la función y determine sus asíntotas.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

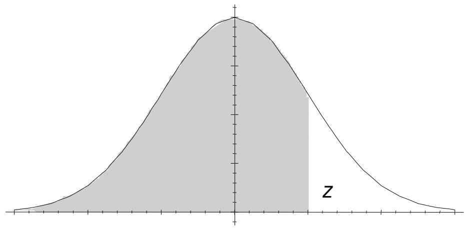
B.4. (2 puntos) La Agencia Estatal de Investigación Española convoca regularmente el *Programa Ramón y Cajal* para la contratación de investigadores de trayectoria destacada en dos modalidades: general y jóvenes doctores. En la convocatoria 2021 se presentaron 2159 solicitudes en la modalidad general y 1316 en la modalidad de jóvenes doctores. El porcentaje de investigadores seleccionados en la modalidad general fue el $16{,}1\,\%$, mientras que en la modalidad de jóvenes doctores fue del $21{,}1\,\%$. Eligiendo un investigador al azar, entre los solicitantes, calcule la probabilidad de que:
a) Sea seleccionado para recibir una de las ayudas Ramón y Cajal.
b) La solicitud sea de la modalidad general, sabiendo que el investigador ha sido seleccionado.

B.5. (2 puntos) La distancia diaria en kilómetros recorrida por un autobús urbano se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica igual a 2 kilómetros.
a) Se toma una muestra aleatoria de tamaño 20 y se obtiene que su media muestral es de 50 kilométros diarios. Determine un intervalo de confianza del $99\,\%$ para la distancia media recorrida diariamente por los autobuses urbanos.
b) Determine el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea menor que 1 kilómetro, con un nivel de confianza del $90\,\%$.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la matriz A^3... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la matriz A^{2023}... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la existencia de inversa .... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de la inversa .... 0,75 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la ecuación de la recta tangente .... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de la pendiente de la tangente .... 0,50 puntos.
Ecuación correcta de la recta tangente .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada .... 0,25 puntos.
Obtención de la abscisa de los extremos relativos .... 0,50 puntos.
Determinación correcta del máximo/mínimo (basta con la abscisa)...... 0,25 puntos

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad si $x \neq 2$ …………………………………….0,25 puntos.
Planteamiento correcto de la condición de continuidad en x=2 ....0,25 puntos.
Obtención correcta del valor del parámetro... ...0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .... 0,25 puntos
Determinación de la primitiva .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la integral definida………………………………..0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.
Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.
Obtención correcta del tamaño mínimo... 0,50 puntos

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.
Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza .... 0,25 puntos.
Determinación correcta del intervalo... 0,50 puntos

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos.. 0,50 puntos.

Discusión correcta .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema .... 1,00 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Representación correcta de la región factible.. 0,50 puntos.

Obtención correcta de los vértices.. 0,50 puntos.

Encontrar el punto de valor máximo y su valor...................................... 0,50 puntos

Encontrar el punto de valor mínimo y su valor .... 0,50 puntos

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio correcto del dominio…………………………………………...0,25 puntos.

Determinación correcta de las asíntotas verticales................................ 0,25 puntos.

Justificación de la ausencia de asíntota horizontal .... 0,25 puntos

Determinación correcta de la asíntota oblicua....................................... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta de la derivada .... 0,25 puntos.

Determinación correcta de los intervalos .... 0,75 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza .... 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.

Obtención correcta del tamaño mínimo... 0,50 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

SOLUCIONES

A.1. *a*) $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad A^3 = I \implies A^{2023} = (A^3)^{674} \cdot A = A$

b) $|A| = 1 \implies A$ es invertible y su inversa es

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A.2. *a*) Calculamos la derivada

$f'(x) = 3x^2 + 4x \Longrightarrow f'(1) = 7 \Longrightarrow y - f(1) = f'(1)(x-1) \Longrightarrow y - 3 = 7(x-1) \Longrightarrow y = 7x - 4$

b)

$$f'(x) = 3x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad o \quad x = -\frac{4}{3}$$

$$f'(x) > 0 \quad si \quad x < -\frac{4}{3} \quad o \quad x > 0$$

$$f'(x) < 0 \quad si \quad -\frac{4}{3} < x < 0$$

Entonces, $x = -\frac{4}{3}$ es un máximo relativo y $x = 0$ es un mínimo relativo.

A.3. *a*) f es continua en cualquier valor de x diferente de 2. Para que la función sea continua en $x = 2$ necesitamos que

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (ax^2 + 3) = 4a + 3$$

coincida con

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} e^x = e^2$$

y con

$$f(2) = e^2$$

Concluimos que $a = \dfrac{e^2 - 3}{4}$ para que $f(x)$ sea continua en $x = 2$.

b) El área pedida es

$$\int_2^3 (e^x)\, dx = |e^x|_2^3 = (e^3 - e^2)u^2$$

A.4. Sea $D =$'dedicar semanalmente al menos 150 minutos a practicar alguna actividad física' y $C =$'consumir de 1 a 4 porciones de fruta o verdura al día'. Sabemos que $P(D) = 0{,}274$, $P(C) = 0{,}651$ y $P(D \cup C) = 0{,}763$.

a) Por definición $P(D \cup C) = P(D) + P(C) - P(D \cap C)$, entonces

$$P(D \cap C) = P(D) + P(C) - P(D \cup C) = 0{,}274 + 0{,}651 - 0{,}763 = 0{,}162.$$

b) Sea $\bar{D}$ el suceso complementario de D y $\bar{C}$ el suceso complementario de C. La probabilidad pedida es:

$$P(\bar{D} \mid \bar{C}) = \frac{P(\bar{D} \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}.$$

Calculamos

$$P(\bar{D} \cap \bar{C}) = P(\overline{D \cup C}) = 1 - P(D \cup C) = 1 - 0{,}763 = 0{,}237.$$

Por lo tanto,

$$P(\bar{D} \mid \bar{C}) = \frac{0{,}237}{1 - 0{,}651} = 0{,}68.$$

A.5. *a*) $E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$; $z_{\alpha/2} = 2{,}58$

$n \geq \dfrac{2{,}58^2 \cdot 0{,}55 \cdot 0{,}45}{0{,}1^2} = 164{,}7459$. El mínimo tamaño muestral es 165.

b) $\widehat{p}=0{,}7, n=100, z_{\alpha/2}=1{,}96$

$0{,}7 \pm 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}7\cdot 0{,}3}{100}}$

$IC=(0{,}6102; 0{,}7898)$

B.1. a) $|A| = \begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 2 & a \end{vmatrix} = a^3-7a+6=0 \iff a=1,-3,2.$

Si $a\neq 1,-3,2 \Longrightarrow Rg(A)=Rg(A|B)=3 \Longrightarrow$ Sistema Compatible Determinado.
Si $a=1$

$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow Rg(A)=Rg(A|B)=2 \Longrightarrow \text{ Compatible Indeterminado.}$$

Si $a=2$

$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow Rg(A)=2\neq Rg(A|B)=3 \Longrightarrow \text{ Incompatible.}$$

Si $a=-3$

$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow Rg(A)=2\neq Rg(A|B)=3 \Longrightarrow \text{ Incompatible.}$$

b) Si $a=0$

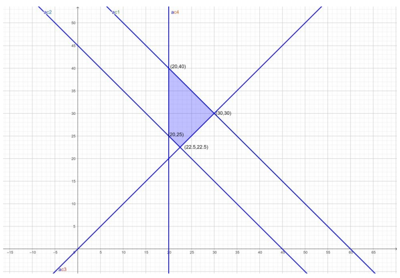
$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{f_3-f_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{f_3-2f_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -1 \end{array}\right)$$

Por tanto, la solución es $z=1/6$, $y=2/3$, $x=-1/3$.

B.2. Sea x : minutos dedicados a ejercicios de fuerza e y : minutos dedicados a ejercicios cardiovasculares. Entonces:

$$S=\{x+y\leq 60, x+y\geq 45, x-y\leq 0, x\geq 20, y\geq 0\},$$

con vértices $A=(20,40)$, $B=(30,30)$, $C=(20,25)$ y $D=(22{,}5,22{,}5)$.



La función objetivo es $B(x,y)=x+2y$. Evaluamos en los vértices de la región factible obtenidos:

- $B(20,40)=100 \rightarrow$ Máximo
- $B(30,30)=90$
- $B(20,25)=70$
- $B(22{,}5,22{,}5)=67{,}5 \rightarrow$ Mínimo

El máximo beneficio se obtiene dedicando 20 minutos a ejercicios de fuerza y 40 minutos a ejercicios cardiovasculares. El mínimo beneficio se obtiene dedicando 22,5 minutos a cada uno de los dos tipos de ejercicios.

B.3. a) Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{0\}$.

- Asíntotas horizontales:
  $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \Rightarrow$ no tiene asíntota horizontal cuando x tiende a $-\infty$; $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty \Rightarrow$ no tiene asíntota horizontal cuando x tiende a ∞.
- Asíntotas verticales:
  $\lim_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$; $\quad \lim_{x\to 0^+} f(x)=\infty$. En $x=0$ tiene una asíntota vertical.

- Asíntotas oblicuas:
  $m = \lim_{x\to\pm\infty} \left(1 + \frac{2}{x^2}\right) = 1, \quad n = \lim_{x\to\pm\infty} \left(x + \frac{2}{x} - x\right) = 0.$
  Por lo tanto la función tiene una asíntota oblicua en $y = mx + n = x$.

b) Se calcula la derivada y se iguala a cero: $f'(x) = 1 - \dfrac{2}{x^2} = 0$, entonces $x = \pm\sqrt{2}$. Mirando ahora el signo:
   - En $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$ la derivada es positiva y por tanto la función es creciente en $(-\infty, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$
   - En $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$ la derivada es negativa y por tanto la función decrece en $(-\sqrt{2}, 0), (0, \sqrt{2})$.

B.4. Definimos los sucesos $G =$'modalidad general', $J =$'modalidad jóvenes' y $S =$'investigador/a seleccionado/a'. Sabemos que $P(S \mid G) = 0{,}161$ y $P(S \mid J) = 0{,}211$. Calculamos:

$$P(G) = \frac{2159}{2159 + 1316} = 0{,}62 \text{ y } P(J) = \frac{1316}{3475} = 0{,}38.$$

a) Así:

$$P(S) = P(S \mid G)P(G) + P(S \mid J)P(J) = 0{,}161 \cdot 0{,}62 + 0{,}211 \cdot 0{,}38 = 0{,}18.$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(G \mid S) = \frac{P(S \mid G)P(G)}{P(S)} = \frac{0{,}161 \cdot 0{,}62}{0{,}18} = 0{,}56.$$

B.5. *a*) $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}575 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{20}} = 1{,}152 \Longrightarrow IC = (48{,}848; 51{,}152)$

b) $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1$, entonces, $\sqrt{n} > 1{,}645 \cdot \dfrac{2}{1} \Longrightarrow n = 11.$