Instrucciones: Debes resolver cuatro ejercicios, uno de cada bloque.

BLOQUE 1

**Ejercicio 1.1** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Dados el punto $P(1,2,-4)$, la recta $r:\begin{cases} x-y+2z+1=0 \\ 3x+y-z-1=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x-y+z+1=0$, se pide:

a. (0,75 puntos) Encuentra la ecuación del plano que contiene al punto $P$ y a la recta $r$.

b. (0,75 puntos) Determina el ángulo que forman la recta $r$ y el plano $\pi$.

c. (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a la recta $r$ y es perpendicular al plano $\pi$.

**Ejercicio 1.2** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Sean los puntos del espacio $A(-1,0,1)$, $B(1,2,3)$ y $C(2,-1,1)$.

a. (1,25 puntos) Encuentra un punto de la recta que pasa por $A$ y por $B$ tal que su distancia a $C$ sea de 3 unidades.

b. (1,25 puntos) Halla unas ecuaciones de la recta que pasa por $C$ y es perpendicular a la recta que pasa por $A$ y por $B$.

BLOQUE 2

**Ejercicio 2.1** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

La proyección ortogonal del punto $A(-1,\, 2,\, 1)$ sobre una recta $r$ es el punto $B(0,\, 1,-1)$. Encuentra unas ecuaciones de la recta $r$ sabiendo que es incidente con la recta $s\equiv\begin{cases} 3x-2y=2 \\ y+2z=0 \end{cases}$.

**Ejercicio 2.2** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Dadas las rectas $r_1\equiv\begin{cases} x=0 \\ z=1 \end{cases}$ y $r_2\equiv\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, determinar las ecuaciones de la recta $r$ que corta a $r_1$ y a $r_2$ y es paralela a $r_3: x=y=z$.

BLOQUE 3

**Ejercicio 3.1** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

En la esfera de ecuación $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=100$ inscribimos un cilindro tal que una de sus bases está contenida en el plano $\pi \equiv 2x+y-2z=15$.

a. (1,5 puntos) Encuentra la ecuación del plano que contiene a la otra base.

b. (1 punto) Calcula el volumen del cilindro.

**Ejercicio 3.2** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

De una pirámide de base cuadrangular conocemos los vértices $A(1,-1,-1)$, $B(3,1,1)$, $C(1,\,2,\,0)$ y $E(-1,-1,\,3)$. Sabiendo que la base de la pirámide es el paralelogramo $ABCD$, se pide:

a. (0,5 puntos) Encuentra las coordenadas del vértice D.

b. (1 punto) Calcula el volumen de la pirámide.

c. (1 punto) Determina los vértices desconocidos del octaedro irregular que obtenemos al acoplar, por la base, dos pirámides iguales a la dada.

BLOQUE 4

**Ejercicio 4** (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Dados los puntos del espacio $A(1,-2,\,3)$, $B(4,\,1,-3)$ y la recta $r: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$, se pide:

a. (1,25 puntos) Las ecuaciones de los planos que dividen en tres partes iguales al segmento $\overline{AB}$ y que se cortan en la recta $r$.

b. (1,25 puntos) La distancia entre la recta $r$ y la recta que pasa por $A$ y por $B$.

**Ejercicio 1.1**

Dados el punto $P(1,2,-4)$ , la recta $r:\begin{cases} x-y+2z+1=0 \\ 3x+y-z-1=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x-y+z+1=0$, se pide:

a. Encuentra la ecuación del plano que contiene al punto $P$ y a la recta $r$.

Solución:

*La recta* $r:\begin{cases} x-y+2z+1=0 \\ 3x+y-z-1=0 \end{cases}$ *viene dada como corte de dos planos y cualquier otro plano que la contenga será combinación lineal de ellos* $\Rightarrow$ *el plano pedido es* $\pi_1 \equiv x-y+2z+1+\lambda(3x+y-z-1)=0$

*Como* $P(1,2,-4)$ *está en* $\pi_1 \Rightarrow 1-2+2\cdot(-4)+1+\lambda(3\cdot 1+2-(-4)-1)=0 \Rightarrow -8+8\lambda=0 \Rightarrow \lambda=1$

*Entonces* $\pi_1 \equiv x-y+2z+1+1\cdot(3x+y-z-1)=0 \quad \Rightarrow \quad \pi_1 \equiv 4x+z=0$

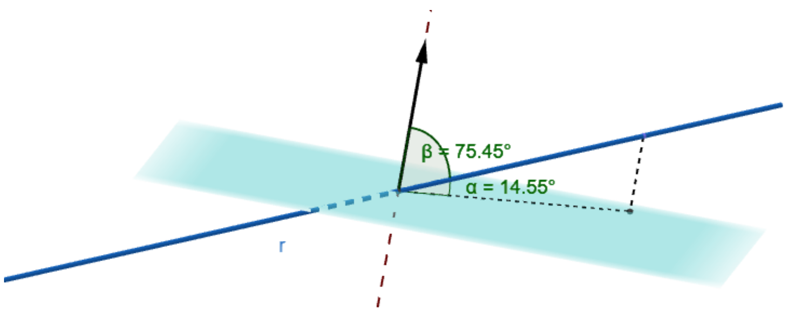
b. Determina el ángulo que forman la recta $r$ y el plano $\pi$.

Solución:

*La recta* $r:\begin{cases} x-y+2z+1=0 \\ 3x+y-z-1=0 \end{cases}$ *tiene como vector director* $\vec{v}=\vec{\eta}_1 \wedge \vec{\eta}_2$ ; *siendo* $\vec{\eta}_1=(1,-1,2)$ *y* $\vec{\eta}_2=(3,1,-1)$ *los vectores normales de los planos que la contienen* $\Rightarrow \vec{v}=\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-\vec{e}_1+7\vec{e}_2+4\vec{e}_3 \Rightarrow \vec{v}=(-1,7,4)$

$\pi \equiv 2x-y+z+1=0 \Rightarrow \vec{\eta}=(2,-1,1) \Rightarrow |\vec{v}\cdot\vec{\eta}|=|\vec{v}|\cdot|\vec{\eta}|\cdot\cos\left(\widehat{\vec{v},\vec{\eta}}\right) \Rightarrow \cos\left(\widehat{\vec{v},\vec{\eta}}\right)=\frac{|\vec{v}\cdot\vec{\eta}|}{|\vec{v}|\cdot|\vec{\eta}|}=\frac{|-5|}{\sqrt{66}\cdot\sqrt{6}}=\frac{5}{6\sqrt{11}}$

$\left(\widehat{\vec{v},\vec{\eta}}\right)=ar\cos\left(\frac{5}{6\sqrt{11}}\right)=75,45^\circ$ $\Rightarrow$ *el ángulo que forman* $r$ *y* $\pi$ *es* $\alpha=90^\circ-75,45^\circ \Rightarrow \alpha=14,55^\circ$




c. Halla la ecuación del plano que contiene a la recta $r$ y es perpendicular al plano $\pi$.

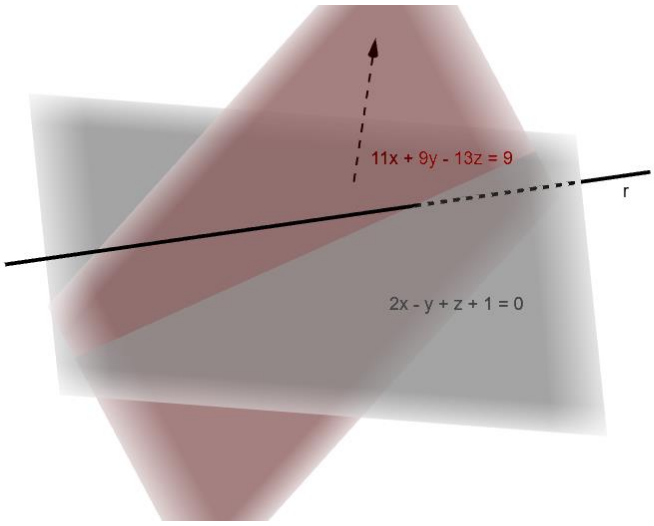
Solución:

*La recta* $r:\begin{cases} x-y+2z+1=0 \\ 3x+y-z-1=0 \end{cases}$ *tiene como vector director* $\vec{v}=(-1,\,7,\,4)$ *y sacamos un punto a ojo, por ejemplo* $A(0,\,1,\,0)$

*También podemos resolver el sistema compatible indeterminado que la define y obtener sus ecuaciones paramétricas.*

$\pi \equiv 2x-y+z+1=0 \;\Rightarrow\; \vec{\eta}=(2,-1,\,1) \;\Rightarrow\;$ *Si* $\pi_2$ *es el plano que contiene a* $r$ *y es perpendicular a* $\pi \;\Rightarrow$

$$\pi_2\begin{cases} \text{contiene al punto } A(0,\,1,\,0) \\ \text{contiene la dirección de } \vec{v}=(-1,\,7,\,4) \\ \text{contiene la dirección de } \vec{\eta}=(2,-1,\,1) \end{cases} \Rightarrow\; \pi_2 \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z \\ -1 & 7 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0 \;\Rightarrow\; \pi_2 \equiv 11x+9y-13z-9=0$$




**Ejercicio 1.2.**

Sean los puntos del espacio $A(-1,0,1)$, $B(1,2,3)$ y $C(2,-1,1)$.

a. Encuentra un punto de la recta que pasa por $A$ y por $B$ tal que su distancia a $C$ sea de 3 unidades.

*Solución:*

$$\text{La recta } r:\begin{cases} \text{Tiene como punto } A(-1,\,0,\,1) \\ \text{Tiene la dirección del vector } \overrightarrow{AB}=(2,\,2,\,2) \end{cases} \Rightarrow\; r\equiv\begin{cases} x=-1+\lambda \\ y=\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases} \Rightarrow \text{ el punto pedido } P \text{ es de la forma}$$

$P(-1+\lambda,\,\lambda,\,1+\lambda)$ *y debe cumplir que* $d(P,C)=3 \;\Rightarrow\; \left|\overrightarrow{CP}\right|=3$

$$\overrightarrow{CP}=(\lambda-3,\,\lambda+1,\,\lambda) \;\Rightarrow\; \sqrt{(\lambda-3)^2+(\lambda+1)^2+\lambda^2}=3 \;\Rightarrow\; (\lambda-3)^2+(\lambda+1)^2+\lambda^2=9 \;\Rightarrow\; \lambda^2-6\lambda+9+\lambda^2+2\lambda+1+\lambda^2=9$$

$$3\lambda^2-4\lambda+1=0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} \lambda=1 \\ \lambda=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{ Hay dos puntos } \begin{cases} si\ \lambda=1 \to P_1(0,\,1,\,2) \\ si\ \lambda=\dfrac{1}{3} \to P_2\left(-\dfrac{2}{3},\,\dfrac{1}{3},\,\dfrac{4}{3}\right) \end{cases}$$

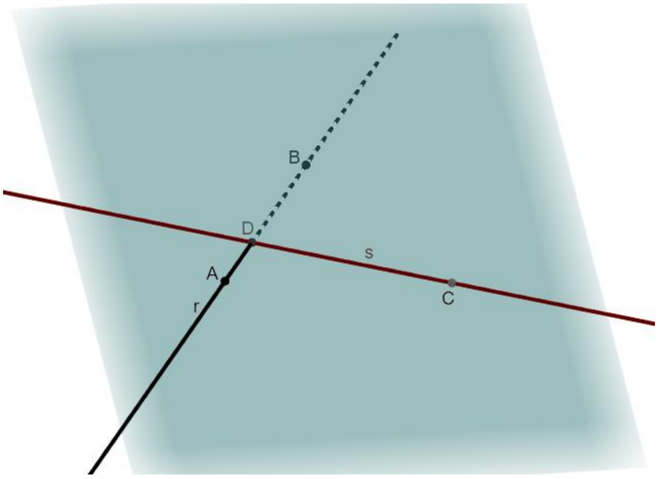
b. Halla unas ecuaciones de la recta que pasa por $C$ y es perpendicular a la recta que pasa por $A$ y por $B$.

Solución:

$$\text{Sea el plano } \pi : \begin{cases} \text{Contiene al punto } C(2,-1,1) \\ \text{Tiene vector normal } \overrightarrow{AB} = (2,2,2) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv 2(x-2)+2(y+1)+2(z-1)=0 \Rightarrow \pi \equiv x+y+z-2=0$$

$$\text{Como } r \equiv \begin{cases} x=-1+\lambda \\ y=\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases} \Rightarrow \text{el punto } D = r \cap \pi \begin{cases} \text{por estar en } r \text{ es de la forma } D(-1+\lambda, \lambda, 1+\lambda) \\ \text{por estar en } \pi \text{ cumple } (-1+\lambda)+\lambda+(1+\lambda)-2=0 \to \lambda = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\text{Ahora la recta pedida es la que pasa por } C \text{ y } D \Rightarrow s: \begin{cases} C(2,-1,1) \\ \overrightarrow{DC} = \left(\frac{7}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = 2+7\lambda \\ y = -1-5\lambda \\ z = 1-2\lambda \end{cases}$$




**Ejercicio 2.1**

La proyección ortogonal del punto $A(-1, 2, 1)$ sobre una recta $r$ es el punto $B(0, 1, -1)$. Encuentra unas ecuaciones de la recta $r$ sabiendo que es incidente con la recta $s \equiv \begin{cases} 3x-2y=2 \\ y+2z=0 \end{cases}$.

Solución:

$$B(0,1,-1) \text{ es la proyección ortogonal de } A(-1,2,1) \text{ sobre } r \Rightarrow r \text{ estará contenida en el plano } \pi \equiv \begin{cases} \text{Contiene a } B \\ \text{Tiene vector normal } \overrightarrow{AB} \end{cases}$$

$$\pi \equiv \begin{cases} B(0,1,-1) \\ \vec{\eta} = (1,-1,-2) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv (x-0)-(y-1)-2(z+1)=0 \Rightarrow \pi \equiv x-y-2z=1$$

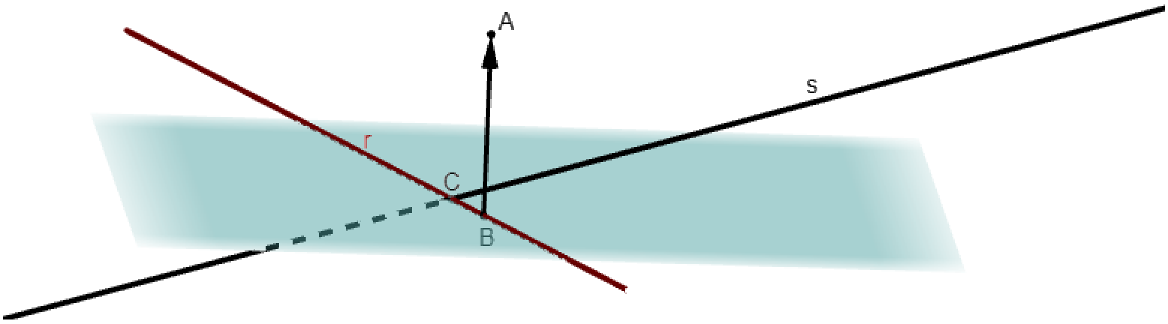
$$\text{Si } C \text{ es el punto donde se cortan la recta } s \equiv \begin{cases} 3x-2y=2 \\ y+2z=0 \end{cases} \text{ y el plano } \pi, \text{ la recta pedida pasará por los puntos } B \text{ y } C.$$

$$\text{Para calcular } C, \text{ podemos resolver el sistema } \begin{cases} 3x-2y=2 \\ y+2z=0 \\ x-y-2z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -4$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix}2 & -2 & 0\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & -1 & -2\end{vmatrix}}{-4}=1\ ;\quad y=\frac{\begin{vmatrix}3 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\\ 1 & 1 & -2\end{vmatrix}}{-4}=\frac{1}{2}\ ;\quad z=\frac{\begin{vmatrix}3 & -2 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}}{-4}=-\frac{1}{4}\quad\Rightarrow\quad C\left(1,\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$$

$$r\equiv\begin{cases}B(0,1,-1)\\ \overrightarrow{BC}=\left(1,-\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)\ \textit{igual dirección que}\ \vec{v}=(4,-2,3)\end{cases}\Rightarrow\ r\equiv\begin{cases}x=4\lambda\\ y=1-2\lambda\\ z=-1+3\lambda\end{cases}$$

*$r$ es perpendicular a $\overline{AB}$ por estar contenida en $\pi$ y $r$ es incidente con $s$ por pasar por el punto $C$.*




## Ejercicio 2.2

Dadas las rectas $r_1\equiv\begin{cases}x=0\\ z=1\end{cases}$ y $r_2\equiv\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}$, determinar las ecuaciones de la recta $r$ que corta a $r_1$ y a $r_2$ y es paralela a $r_3: x=y=z$.

*Solución:*

*$\pi$ es el plano paralelo a $r_3$ y contiene a $r_1$* $\Rightarrow r_1\equiv\begin{cases}x=0\\ z=1\end{cases}$ *en paramétricas* $r_1\equiv\begin{cases}x=0\\ y=\lambda\\ z=1\end{cases}\quad \pi\equiv\begin{cases}\textit{punto de } r_1\ A(0,0,1)\\ \textit{vector de } r_1\ \vec{v}=(0,1,0)\\ \textit{vector de } r_3\ \vec{u}=(1,1,1)\end{cases}$

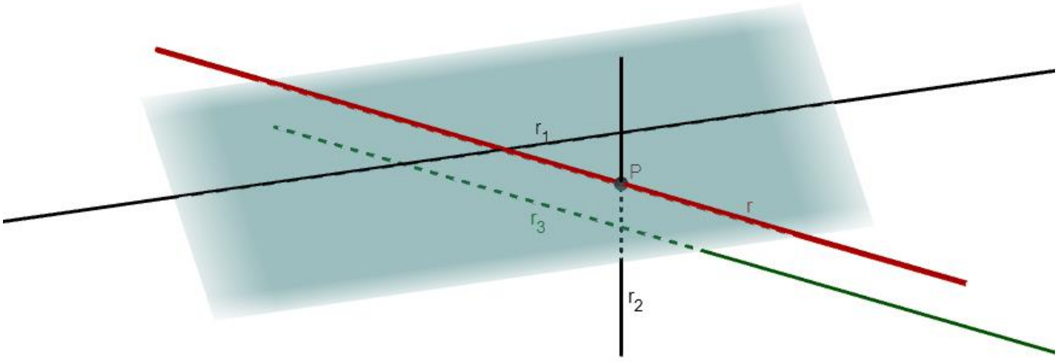
$$\pi\equiv\begin{vmatrix}x & y & z-1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=0\ \Rightarrow\ \pi\equiv x-z+1=0$$

*Ahora $P$ es el punto de corte entre $r_2$ y $\pi$* $\rightarrow r_2\equiv\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}$ *en paramétricas* $r_2\equiv\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=\lambda\end{cases}$, *como* $P\in r_2\Rightarrow P(1,1,\lambda)$

*$P$ también está en $\pi$* $\Rightarrow 1-\lambda+1=0\quad\Rightarrow\quad \lambda=2$ *y* $P(1,1,2)$

*Ahora, la recta pedida* $r\equiv\begin{cases}\textit{pasa por } P(1,1,2)\\ \textit{tiene la dirección de } r_3,\ \vec{u}=(1,1,1)\end{cases}\ \Rightarrow\ r\equiv\begin{cases}x=1+\lambda\\ y=1+\lambda\\ z=2+\lambda\end{cases}$

*$r$ es paralela a $r_3$ porque comparten vector director, $r$ corta a $r_2$ porque pasa por $P$ que es un punto de $r_2$ y $r$ corta a $r_1$ porque ambas están contenidas en el plano $\pi$ y no son paralelas.*




**Ejercicio 3.1**

En la esfera de ecuación $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=100$ inscribimos un cilindro tal que una de sus bases está contenida en el plano $\pi \equiv 2x+y-2z=15$.

a. (1,5 puntos) Encuentra la ecuación del plano que contiene a la otra base.

b. (1 punto) Calcula el volumen del cilindro.

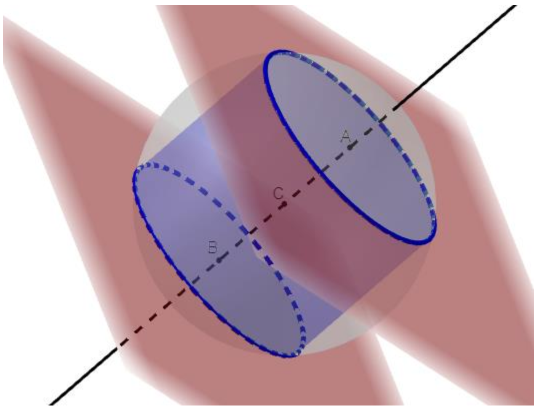
*Solución:*

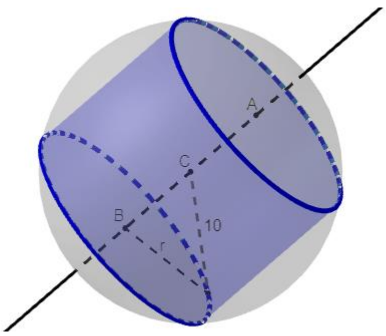
*Como la esfera tiene ecuación* $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=100 \Rightarrow \begin{cases} el\ centro\ es\ C(2,-1,3) \\ el\ radio\ es\ R=10 \end{cases}$

*Si el cilindro está inscrito en la esfera, el eje del cilindro pasa por el centro de la esfera y es perpendicular a los planos que contienen a las bases* $\Rightarrow$ *Los planos que contiene a las bases son paralelos y equidistan del centro.*

$$d(C,\pi)=\frac{|2\cdot 2+1\cdot(-1)-2\cdot 3-15|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=\frac{|-18|}{3}=6 \rightarrow \text{ el plano pedido } \pi' \text{ será de la forma } 2x+y-2z+D=0 \text{ y } d(C,\pi')=6$$

$$\frac{|2\cdot 2+1\cdot(-1)-2\cdot 3+D|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=6 \Rightarrow \frac{|D-3|}{3}=6 \Rightarrow |D-3|=18 \Rightarrow \begin{cases} D-3=18 \rightarrow D=21 \rightarrow \pi' \equiv 2x+y-2z+21=0 \\ D-3=-18 \rightarrow D=-15 \rightarrow \pi \equiv 2x+y-2z-15=0 \end{cases}$$



*Para calcular el volumen del cilindro necesitamos el radio de la base y la altura.*
*Como* $d(C,\pi)=6 \Rightarrow$ *la altura* $h=12$

*Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo de vertices el centro de la esfera, el centro de la circunferencia de la base y un punto cualquiera de esa circunferencia, tenemos* $r^2+6^2=10^2 \Rightarrow r=8$

$V_{cilindro}=\pi r^2 h=\pi\cdot 8^2\cdot 12 \Rightarrow V_{cilindro}=768\pi\ u^3$

## Ejercicio 3.2

De una pirámide de base cuadrangular conocemos los vértices $A(1,-1,-1)$, $B(3,1,1)$, $C(1,2,0)$ y $E(-1,-1,3)$. Sabiendo que la base de la pirámide es el paralelogramo $ABCD$, se pide:

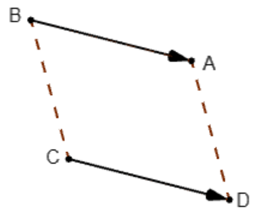
a. (0,5 puntos) Encuentra las coordenadas del vértice D.

b. (1 punto) Calcula el volumen de la pirámide.

c. (1 punto) Determina los vértices desconocidos del octaedro irregular que obtenemos al acoplar, por la base, dos pirámides iguales a la dada.

*Solución:*

*Como la base es un paralelogramo, los vectores* $\overrightarrow{BA}$ *y* $\overrightarrow{CD}$ *son iguales.* $\begin{cases}\overrightarrow{BA}=(-2,-2,-2)\\ \overrightarrow{CD}=(x-1,y-2,z)\end{cases} \Rightarrow D(-1,0,-2)$



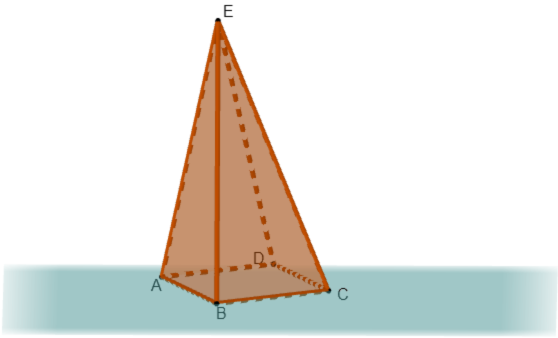

*El volumen de una pirámide es* $V_{pirámide}=\frac{1}{3}A_{base}\cdot altura$

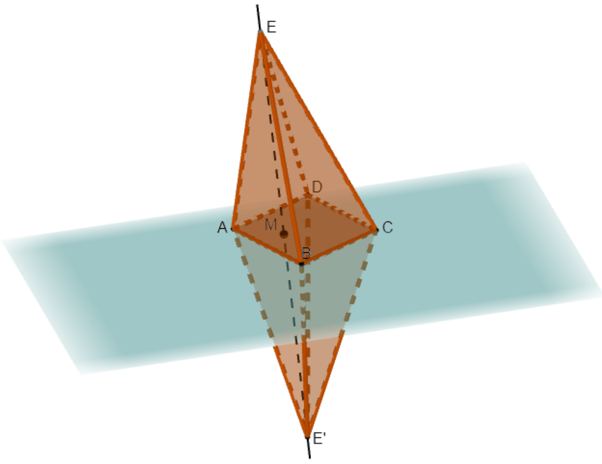
*Como la base es un paralelogramo,* $A_{base}=\left|\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}\right| \rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{BA}=(-2,-2,-2)\\ \overrightarrow{BC}=(-2,1,-1)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}=\begin{vmatrix}\vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3\\ -2 & -2 & -2\\ -2 & 1 & -1\end{vmatrix}=4\vec{e}_1+2\vec{e}_2-6\vec{e}_3$

$\left|\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{4^2+2^2+(-6)^2}=2\sqrt{14}$ ; *La altura* $h=d(E,\pi)$, *siendo* $\pi$ *el plano que contiene a la base y cuyo vector normal es proporcional a* $\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{BC} \Rightarrow \vec{\eta}=(2,1,-3)$

*Tomando cualquiera del los puntos de la base, por ejemplo A,* $\pi\equiv 2(x-1)+(y+1)-3(z+1)=0 \Rightarrow \pi\equiv 2x+y-3z-4=0$

$h=d(E,\pi)=\frac{|2\cdot(-1)+(-1)-3\cdot 3-4|}{\sqrt{2^2+1^2+(-3)^2}}=\frac{16}{\sqrt{14}} \Rightarrow V_{pirámide}=\frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{14}\cdot\frac{16}{\sqrt{14}}=\frac{32}{3}u^3$




*Si ya hemos calculado el vértice D de la pirámide, sólo nos queda por calcular un vértice del octaedro, el simétrico de E con respecto al plano que contiene la base de la pirámide* $\pi \equiv 2x+y-3z-4=0$

*r es la recta perpendicular a* $\pi$ *y que pasa por* $E(-1,-1,3) \to r \equiv \begin{cases} x=-1+2\lambda \\ y=-1+\lambda \\ z=3-3\lambda \end{cases}$

*M es el punto de corte entre r y* $\pi \to \begin{cases} M \in r \Rightarrow M(-1+2\lambda,-1+\lambda,3-3\lambda) \\ M \in \pi \Rightarrow 2(-1+2\lambda)+(-1+\lambda)-3(3-3\lambda)-4=0 \Rightarrow \lambda=\dfrac{8}{7} \end{cases}$

$M\left(\frac{9}{7},\frac{1}{7},-\frac{3}{7}\right)$ ; *ahora M es el punto medio entre E y E'* $\Rightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OE'}=\overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{OE'}=2\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OE}$

$\overrightarrow{OE'}=2\left(\frac{9}{7},\frac{1}{7},-\frac{3}{7}\right)-(-1,-1,3)=\left(\frac{25}{7},\frac{9}{7},-\frac{27}{7}\right) \Rightarrow E'\left(\frac{25}{7},\frac{9}{7},-\frac{27}{7}\right)$

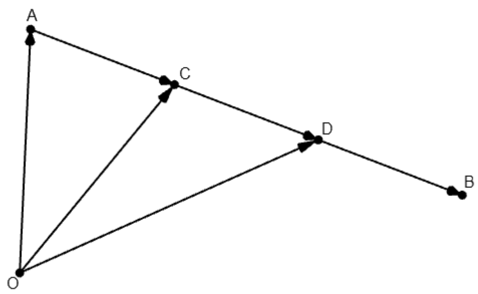
## Ejercicio 4.

Dados los puntos del espacio $A(1,-2,3)$, $B(4,1,-3)$ y la recta $r: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$, se pide:

a. (1,25 puntos) Las ecuaciones de los planos que dividen en tres partes iguales al segmento $\overline{AB}$ y que se cortan en la recta $r$.

b. (1,25 puntos) La distancia entre la recta $r$ y la recta que pasa por $A$ y por $B$.

Solución:



*Vamos a calcular los puntos C y D que dividen en tres partes iguales el segmento* $\overline{AB}$.
*C y D tendrán las mismas coordenadas que sus vectores de posición* $\overrightarrow{OC}$ *y* $\overrightarrow{OD}$. *Teniendo en cuenta el esquema anterior:*

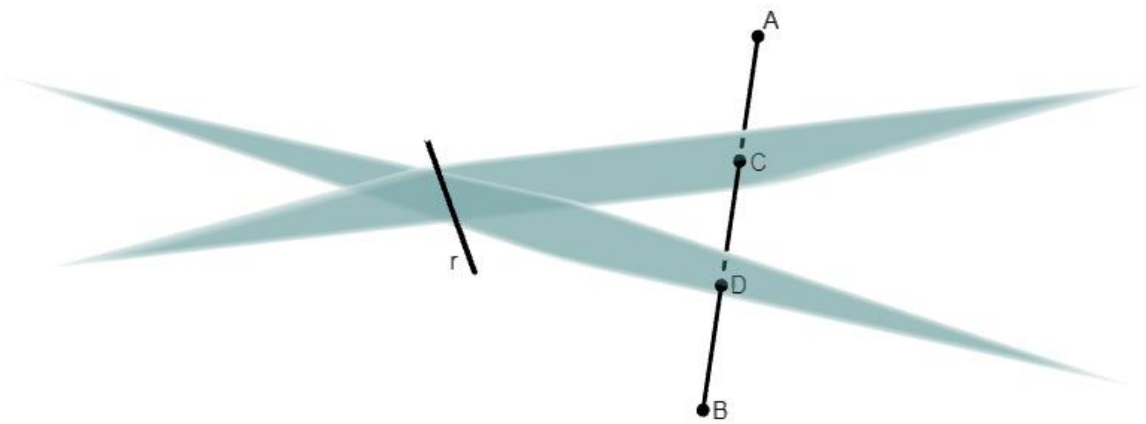
$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{OC}=(1,-2,3)+\frac{1}{3}(3,3,-6) \Rightarrow \overrightarrow{OC}=(2,-1,1) \Rightarrow C(2,-1,1)$$

$$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{OD}=(1,-2,3)+\frac{2}{3}(3,3,-6) \Rightarrow \overrightarrow{OD}=(3,0,-1) \Rightarrow D(3,0,-1)$$

$$r\equiv\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{-1} \Rightarrow r\equiv\begin{cases}P(-2,1,1)\\ \vec{v}=(3,2,-1)\end{cases}$$ *Los planos pedidos,* $\pi_1$ *y* $\pi_2$, *deben contener a r puesto que es común a los dos.*

$$\pi_1\equiv\begin{cases}C(2,-1,1)\\ \overrightarrow{PC}=(4,-2,0)\xrightarrow{\text{igual dirección}}\vec{u}=(2,-1,0)\\ \vec{v}=(3,2,-1)\end{cases} \Rightarrow \pi_1\equiv\begin{vmatrix}x-2 & y+1 & z-1\\ 2 & -1 & 0\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}=0 \Rightarrow \pi_1\equiv x+2y+7z-7=0$$

$$\pi_2\equiv\begin{cases}D(3,0,-1)\\ \overrightarrow{PD}=(5,-1,-2)\\ \vec{v}=(3,2,-1)\end{cases} \Rightarrow \pi_2\equiv\begin{vmatrix}x-3 & y & z+1\\ 5 & -1 & -2\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}=0 \Rightarrow \pi_2\equiv 5x-y+13z-2=0$$




$$r\equiv\begin{cases}P(-2,1,1)\\ \vec{v}=(3,2,-1)\end{cases}$$ ; *s recta que pasa por A y B* $\Rightarrow s\equiv\begin{cases}A(1,-2,3)\\ \overrightarrow{AB}=(3,3,-6)\xrightarrow{\text{igual dirección}}\vec{w}=(1,1,-2)\end{cases}$

*r y s no son paralelas. Para calcular la distancia entre ellas, consideramos el plano que contiene a r y es paralelo a s.*

$$\pi\equiv\begin{cases}P(-2,1,1)\\ \vec{w}=(1,1,-2)\\ \vec{v}=(3,2,-1)\end{cases} \Rightarrow \pi\equiv\begin{vmatrix}x+2 & y-1 & z-1\\ 1 & 1 & -2\\ 3 & 2 & -1\end{vmatrix}=0 \Rightarrow \pi\equiv 3x-5y-z+12=0$$

*Ahora,* $d(s,r)=d(A,\pi)=\dfrac{|3\cdot1-5\cdot(-2)-3+12|}{\sqrt{3^2+(-5)^2+(-1)^2}}=\dfrac{22}{\sqrt{35}}u$