

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA DEL ESPACIO (Selectividad Madrid)

Ejercicio 1 (Curso 2012/2013)

Sean r_A la recta con vector dirección $(1, \lambda, 2)$ que pasa por el punto $A(1, 2, 1)$, r_B la recta con vector dirección $(1, 1, 1)$ que pasa por $B(1, -2, 3)$, y r_C la recta con vector dirección $(1, 1, -2)$ que pasa por $C(4, 1, -3)$. Se pide:

- (1 punto) Hallar λ para que las rectas r_A y r_B se corten.
- (1,5 puntos) Hallar λ para que la recta r_A sea paralela al plano definido por las rectas r_B y r_C .
- (0,5 puntos) Hallar el ángulo que forman las rectas r_B y r_C .

Ejercicio 2 (Curso 2012/2013)

Dados los puntos $A(2, -2, 1)$, $B(0, 1, -2)$, $C(-2, 0, -4)$, $D(2, -6, 2)$, se pide:

- (1 punto) Probar que el cuadrilátero $ABCD$ es un trapecio y hallar la distancia entre los dos lados paralelos.
- (1 punto) Hallar el área del triángulo ABC .

Ejercicio 3 (Curso 2012/2013)

Dados el punto $P(1, 2, -1)$ y el plano $\pi \equiv x + 2y - 2z + 2 = 0$, sea S la esfera que es tangente al plano π en un punto P' de modo que el segmento PP' es uno de sus diámetros. Se pide:

- (1 punto) Hallar el punto de tangencia P' .
- (1 punto) Hallar la ecuación de S .

Ejercicio 4 (Curso 2012/2013)

Dados el punto $P(-1, 0, 2)$ y las rectas $r \equiv \begin{cases} x - z = 1 \\ y - z = -1 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 \end{cases}$, se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de r y s .
- (1 punto) Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y corta a r y s .
- (1 punto) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .

Ejercicio 5 (Curso 2012/2013)

- (1 punto) Hallar los puntos de corte de la recta de dirección $(2, 1, 1)$ y que pasa por el punto $P(4, 6, 2)$, con la superficie esférica de centro $C(1, 2, -1)$ y radio $\sqrt{26}$.
- (1 punto) Hallar la distancia del punto $Q(-2, 1, 0)$ a la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z-3}{2}$.

Ejercicio 6 (Curso 2012/2013)

Dados el punto $P(1, 0, -1)$, el plano $\pi \equiv 2x - y + z + 1 = 0$, y la recta $r \equiv \begin{cases} -2x + y - 1 = 0 \\ 3x - z - 3 = 0 \end{cases}$, se pide:

- (1,5 puntos) Determinar la ecuación del plano que pasa por P , es paralelo a la recta r y perpendicular al plano π .
- (0,5 puntos) Hallar el ángulo entre r y π .

Ejercicio 7 (Curso 2011/2012)

Dadas las rectas $r_1 \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z}{2}$, $r_2 \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 5 \end{cases}$, se pide:

- (1 punto) Estudiar su posición relativa.
- (2 puntos) Hallar la mínima distancia de r_1 a r_2 .

Ejercicio 8 (Curso 2011/2012)

Dados los puntos $P_1(1, 3, -1)$, $P_2(a, 2, 0)$, $P_3(1, 5, 4)$ y $P_4(2, 0, 2)$, se pide:

- (1 punto) Hallar el valor de a para que los cuatro puntos estén en el mismo plano.
- (1 punto) Hallar los valores de a para que el tetraedro con vértices P_1, P_2, P_3, P_4 tenga volumen igual a 7.
- (1 punto) Hallar la ecuación del plano cuyos puntos equidistan de P_1 y de P_3 .

Ejercicio 9 (Curso 2010/2011)

Dados los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - 2z = 1$, $\pi_2 \equiv x - y + 2z = 1$, se pide:

- (0,5 puntos) Estudiar su posición relativa.
- (1,5 puntos) En caso de que los planos sean paralelos hallar la distancia entre ellos; en caso de que se corten, hallar un punto y un vector de dirección de la recta que determinan.

Ejercicio 10 (Curso 2010/2011)

- (0,75 puntos) Hallar la ecuación del plano π_1 que pasa por los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ y $C(0, 0, 1)$.
- (0,75 puntos) Hallar la ecuación del plano π_1 que pasa por el punto $P(1, 2, 3)$ y es perpendicular al vector $\vec{v} = (-2, 1, 1)$.
- (0,5 puntos) Hallar el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y P .

Ejercicio 11 (Curso 2010/2011)

Dado el punto $P(0, 1, 1)$ y las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$, $s \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, se pide:

- (1,5 puntos) Determinar las coordenadas del punto simétrico de P respecto a r .
- (1,5 puntos) Determinar la recta que pasa por el punto P , tiene dirección perpendicular a la recta r y corta a la recta s .

Ejercicio 12 (Curso 2010/2011)

Dados los planos $\pi_1 \equiv 2x + 3y + z - 1 = 0$, $\pi_2 \equiv 2x + y - 3z - 1 = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{2}$

se pide:

- (1 punto) El punto o puntos de r que equidistan de π_1 y π_2 .
- (1 punto) El volumen del tetraedro que π_1 forma con los planos coordenados XY, XZ e YZ.
- (1 punto) La proyección ortogonal de r sobre el plano π_2 .

Ejercicio 13 (Curso 2010/2011)

- (1,5 puntos) Hallar el volumen del tetraedro que tiene un vértice en el origen y los otros tres vértices en las intersecciones de las rectas $r_1 \equiv x = y = z$, $r_2 \equiv \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, $r_3 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ con el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 7z = 24$.
- (1,5 puntos) Hallar la recta s que corta perpendicularmente a las rectas $r_4 \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{-2}$, $r_5 \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$

Ejercicio 14 (Curso 2009/2010)

(2 puntos) Dados los puntos $A(2, 2, 3)$ y $B(0, -2, 1)$, hallar el punto, o los puntos, de la recta

$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{2}$ que equidistan de los puntos A y B .

Ejercicio 15 (Curso 2009/2010)

(2 puntos) Dados el plano $\pi \equiv 5x - 4y + z = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ contenida en π , obtener la recta s contenida en π que es perpendicular a r , y que pasa por el origen de coordenadas $O(0, 0, 0)$.

Ejercicio 16 (Curso 2009/2010)

Se consideran las rectas $r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $s \equiv \frac{x-5}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$

- (1,5 puntos) Determinar la ecuación de la recta t que corta a r y s , y que contiene al origen de coordenadas.
- (1,5 puntos) Determinar la mínima distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 17 (Curso 2009/2010)

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$, $s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{2}$, se pide:

(1 punto) Dados los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(a, 3, -3)$, determinar el valor de a para que la recta t que pasa por los puntos A y B , sea paralela a la recta s .

(1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .

Ejercicio 18 (Curso 2009/2010)

(2 puntos) Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos $\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$.

Ejercicio 19 (Curso 2009/2010)

(3 puntos) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}$. Determinar la ecuación de la

recta t que pasa por el punto $P(0, 1, -2)$ y corta a las rectas r y s .

Ejercicio 20 (Curso 2009/2010)

Dados el plano $\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$ y el plano π_2 determinado por el punto $P(0, 2, 4)$ y los vectores $\vec{v}_1 = (0, 2, 6)$ y $\vec{v}_2 = (1, 0, b)$, se pide:

- (1 punto) Calcular los valores de a y b para que π_1 y π_2 sean paralelos.
- (1 punto) Para $a = 1$ y $b = 0$ determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de π_1 y π_2 .
- (1 punto) Para $a = 4$ y $b = -2$ determinar los puntos que están a igual distancia de π_1 y π_2 .

Ejercicio 21 (Curso 2009/2010)

(3 puntos) Los puntos $P(1, 2, 1)$, $Q(2, 1, 1)$ y $A(a, 0, 0)$ con $a > 3$, determinan un plano π que corta a los semiejes positivos de OY y OZ en los puntos B y C respectivamente. Calcular el valor de a para que el tetraedro determinado por los puntos A , B , C y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

Ejercicio 22 (Curso 2009/2010)

Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$, $r_2 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$, se pide:

- (2 puntos) Hallar la ecuación de la recta t que corta a r_1 y r_2 y es perpendicular a ambas.
- (1 punto) Hallar la mínima distancia entre r_1 y r_2 .

Ejercicio 23 (Curso 2009/2010)

Dada la recta $r \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ y el punto $P(2, 0, -1)$, se pide:

- (1 punto) Hallar la distancia del punto P a la recta r .
- (2 puntos) Hallar las coordenadas del punto P' simétrico de P respecto de la recta r .

Ejercicio 24 (Curso 2009/2010)

Dados el plano $\pi \equiv 2x + ay + 4z + 25 = 0$ y la recta $r \equiv x + 1 = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{5}$, se pide:

- (1 punto) Calcular los valores de a para los que la recta r está contenida en el plano π .
- (1 punto) Para el valor $a = -2$, hallar el punto (o los puntos) que pertenecen a la recta perpendicular a π que pasa por $P\left(-\frac{3}{2}, 0, -\frac{11}{2}\right)$, y que dista (o distan) $\sqrt{6}$ unidades de π .
- (1 punto) Para $a = -2$, halla el seno del ángulo que forman r y π .

Ejercicio 25 (Curso 2009/2010)

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{-1}$, $s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4}$, se pide:

- (2 puntos) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .
- (1 punto) Calcular la mínima distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 26 (Curso 2009/2010)

Sea π el plano que contiene a los puntos $P(1,0,0)$, $Q(0,2,0)$ y $R(0,0,3)$. Se pide:

- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos P , Q y R .
- (1 punto) Calcular las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π .

Ejercicio 27 (Curso 2009/2010)

Dadas las rectas $r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$, $s \equiv \begin{cases} x+z=3 \\ 2x-y=2 \end{cases}$, se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π determinado por r y s .
- (1 punto) Hallar la distancia desde el punto $A(0,1,-1)$ a la recta s .

Ejercicio 28 (Curso 2008/2009)

Dado el plano $\pi \equiv x + 3y + z = 4$, se pide:

- (1 punto) Calcular el punto simétrico P del punto $O(0,0,0)$ respecto del plano π .
- (1 punto) Calcular el coseno del ángulo α que forman el plano π y el plano $x = 0$.
- (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro T determinado por el plano π , y los planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Ejercicio 29 (Curso 2008/2009)

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$, $s \equiv \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s .
- (1 punto) Determinar la distancia entre las rectas r y s .
- (1 punto) Estudiar si la recta t paralela a r y que pasa por $O(0,0,0)$ corta a la recta s .

Ejercicio 30 (Curso 2008/2009)

(2 puntos) Dadas las rectas $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{a}$, $s \equiv \frac{x-3}{b} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$, determinar los valores de los parámetros a , b para los cuales las rectas r , s se cortan perpendicularmente.

Ejercicio 31 (Curso 2008/2009)

(2 puntos) Dado el plano $\pi \equiv 2x - y + 2z + 1 = 0$ hallar las ecuaciones de los planos paralelos a π que se encuentran a 3 unidades de π .

Ejercicio 32 (Curso 2008/2009)

(3 puntos) Dada la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ y el plano $\pi \equiv x + y - 2z + 1 = 0$, hallar la ecuación de la recta s simétrica de la recta r respecto del plano π .

Ejercicio 33 (Curso 2008/2009)

Dados el plano $\pi \equiv x + 2y - z = 2$, la recta $r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{4}$ y el punto $P(-2, 3, 2)$,

perteneciente al plano π , se pide:

- (0,5 puntos) Determinar la posición relativa de π y r .
- (1 punto) Calcular la ecuación de la recta t contenida en π , que pasa por el punto P y que corta perpendicularmente a r .
- (1,5 puntos) Sea Q el punto de intersección de r y t . Si s es la recta perpendicular al plano π y que contiene a P , y R es un punto cualquiera de s , probar que la recta determinada por R y Q es perpendicular a r .

Ejercicio 34 (Curso 2008/2009)

Dados el punto $P(1, -1, 2)$ y el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 11 = 0$, se pide:

- (1,5 puntos) Determinar el punto Q de intersección del plano π con la recta perpendicular a π que pasa por P . Hallar el punto R simétrico del punto P respecto del plano π .
- (1,5 puntos) Obtener la ecuación del plano paralelo al plano π que contiene al punto H que se encuentra a $5\sqrt{6}$ unidades del punto P en el sentido del vector $\overrightarrow{PQ}$.

Ejercicio 35 (Curso 2007/2008)

(2 puntos) Hallar los puntos de la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + z = 0 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$ cuya distancia al plano $\pi \equiv 3x + 4y = 4$ es igual a $\frac{1}{3}$.

Ejercicio 36 (Curso 2007/2008)

Dados los puntos $A(1, 3, -2)$, $B(2, 2k+1, k)$ y $C(k+1, 4, 3)$, se pide:

- (1 punto) Determinar para qué valor de k el triángulo ABC es rectángulo, con el ángulo recto en el vértice A .
- (1 punto) Para el valor $k = 0$ hallar el área del triángulo ABC .

Ejercicio 37 (Curso 2007/2008)

Sean los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(1, 1, -4)$.

- (1 punto) Determinar las coordenadas de los puntos P y Q que dividen el segmento AB en tres partes iguales.
- (1 punto) Si P es el punto del apartado anterior más próximo al punto A , determinar la ecuación del plano π que contiene a P y es perpendicular a la recta AB .
- (1 punto) Determinar la posición relativa del plano π y la recta $r: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Ejercicio 38 (Curso 2007/2008)

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x - ay = 2 \\ ay + z = 1 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x - z = 1 \\ y + z = 3 \end{cases}$, se pide:

- (1,5 puntos) Discutir la posición relativa de las dos rectas r y s según los valores del parámetro a .
- (1,5 puntos) Si $a = 1$, calcular la distancia mínima entre las dos rectas r y s .

Ejercicio 39 (Curso 2007/2008)

Dados los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(0, 1, -2)$ y $D(1, 2, 0)$, se pide:

- (0,5 puntos) Demostrar que los cuatro puntos no son coplanarios.
- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π determinado por los puntos A , B y C .
- (0,5 puntos) Hallar la distancia del punto D al plano π .

Ejercicio 40 (Curso 2007/2008)

Dados el plano $\pi \equiv 3x + 2y - z + 10 = 0$ y el punto $P(1, 2, 3)$, se pide:

- (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta r perpendicular al plano π y que pasa por el punto P .
- (0,5 puntos) Hallar el punto Q intersección de π y r .
- (0,5 puntos) Hallar el punto R intersección de π con el eje OY .
- (0,5 puntos) Hallar el área del triángulo PQR .

Ejercicio 41 (Curso 2006/2007)

(2 puntos) Hallar los puntos de la recta $r \equiv \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{-1}$ cuya distancia al plano

$\pi \equiv 2x - y + 2z + 1 = 0$ es igual a 1.

Ejercicio 42 (Curso 2006/2007)

(2 puntos) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$, hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto $P(2, -1, 2)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

Ejercicio 43 (Curso 2006/2007)

Sean las rectas $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ y $s \equiv \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$,

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s .
- (1,5 puntos) Calcular la distancia entre el plano π y la recta s .

Ejercicio 44 (Curso 2006/2007)

Dados el punto $A(1, -2, -3)$, la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y - 3z + 1 = 0$, se pide:

- (1,5 puntos) Ecuación del plano que pasa por A , es paralelo a r y perpendicular a π .
- (1,5 puntos) Ecuación de la recta que pasa por A , corta a r y es paralela a π .

Ejercicio 45 (Curso 2006/2007)

Sean los puntos $A(\lambda, 2, \lambda)$, $B(2, -\lambda, 0)$, $C(\lambda, 0, \lambda + 2)$.

- (1 punto) ¿Existe algún valor de λ para el que los puntos A , B y C están alineados?
- (1 punto) Comprobar que si A , B y C no están alineados el triángulo que forman es isósceles.
- (1 punto) Calcular la ecuación del plano que contiene al triángulo ABC para el valor $\lambda = 0$ y hallar la distancia de este plano al origen de coordenadas.

Ejercicio 46 (Curso 2006/2007)

(2 puntos) Se consideran la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(1, 1, 1)$. Dado el punto $Q(0, 0, 0)$

de r , hallar todos los puntos A contenidos en r tales que el triángulo de vértices A , P y Q tenga área 1.

Ejercicio 47 (Curso 2006/2007)

- (1,5 puntos) Calcular la ecuación general del plano π_1 que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

es perpendicular al plano $\pi_2 \equiv 2x + y - z = 2$.

- (0,5 puntos) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2 .

Ejercicio 48 (Curso 2006/2007)

Se consideran el punto $P(1,0,1)$, la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ y el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$, se pide:

- (1,5 puntos) Obtener el punto P' , simétrico de P respecto del plano π .
- (1,5 puntos) Determinar la ecuación de la recta s que contiene al punto P , corta a la recta r y es paralela al plano π .

Ejercicio 49 (Curso 2005/2006)

(2 puntos) Determinar la posición relativa de las rectas $r: \frac{x+4}{-3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z}{1}$ y $s \equiv \begin{cases} x+2y-5z-5=0 \\ 2x+y+2z-4=0 \end{cases}$

Ejercicio 50 (Curso 2005/2006)

(2 puntos) Sea r la recta que pasa por el origen de coordenadas O y tiene como vector director $\vec{v} = (4,3,1)$. Hallar un punto P contenido en dicha recta, tal que si se llama Q a su proyección sobre el plano $\pi \equiv z = 0$, el triángulo OPQ tenga área 1.

Ejercicio 51 (Curso 2005/2006)

Sean las rectas $r \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-4}$ y $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{1}$,

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta t que pasa por el origen y corta a las dos rectas anteriores.
- (1,5 puntos) Hallar la recta perpendicular común a las rectas r y s .

Ejercicio 52 (Curso 2005/2006)

(2 puntos) Un punto de luz situado en $P(0,1,1)$ proyecta la sombra de la recta $x = y = -z$ sobre el plano $\pi \equiv x - z = 0$. Calcular las coordenadas del punto de esa proyección que pertenece al plano $z = 1$.

Ejercicio 53 (Curso 2005/2006)

(2 puntos) Se consideran las rectas $r: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{2}$, $s: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -4 + 3\lambda \\ z = 0 \end{cases}$

Hallar la ecuación de la recta que contiene al punto $P(2,-1,1)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

Ejercicio 54 (Curso 2005/2006)

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}$ y $s \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$,

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .
- (1,5 puntos) Calcular la distancia de s al plano anterior.

Ejercicio 55 (Curso 2005/2006)

Se consideran los puntos $A(0,1,0)$ y $B(1,0,1)$. Se pide:

- (1 punto) Escribir la ecuación que deben verificar los puntos $X(x,y,z)$ que equidistan de A y B .
- (0,5 puntos) Determinar la ecuación que verifican los puntos $X(x,y,z)$ cuya distancia a A es igual a la distancia de A a B .
- (1,5 puntos) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta formada por los puntos $C(x,y,z)$ del plano $x+y+z=3$ tales que el triángulo ABC es rectángulo con el ángulo recto en el vértice A .

Ejercicio 56 (Curso 2005/2006)

Un plano π corta a los ejes de coordenadas en los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,\lambda,0)$, $C(0,0,4)$. Se pide:

- (1,5 puntos) Hallar el valor de $\lambda > 0$ de manera que el volumen del tetraedro $OABC$ (donde O es el origen), sea 2.
- (1,5 puntos) Para el valor de λ obtenido en el apartado anterior, calcular la longitud de la altura del tetraedro $OABC$ correspondiente al vértice O .

Ejercicio 57 (Curso 2004/2005)

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$ y $s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$,

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta t que corta a las dos y es perpendicular a ambas.
- (1,5 puntos) Calcular la mínima distancia entre r y s .

Ejercicio 58 (Curso 2004/2005)

Dado el punto $P(1,3,-1)$, se pide:

- (1 punto) Escribir la ecuación que deben verificar los puntos $X(x,y,z)$ cuya distancia a P sea igual a 3.
- (2 puntos) Calcular los puntos de la recta:
$$\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 - 4\lambda \end{cases}$$
 cuya distancia a P es igual a 3.

Ejercicio 59 (Curso 2003/2004)

(2 puntos) Calcular unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $P(3,-1,0)$ y corta

perpendicularmente a la recta:
$$\begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = 5 + 3\lambda \end{cases}.$$

Ejercicio 60 (Curso 2003/2004)

(2 puntos) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} 2x - z + 2 = 0 \\ 2y - mz = 6 \end{cases}$

- Hallar el valor de m para que r y s sean paralelas.
- Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s .

Ejercicio 61 (Curso 2003/2004)

Dado el plano $\pi \equiv x + y + az + 1 = 0$ y las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$, $r' \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$, $r'' \equiv \begin{cases} x = 3 \\ y = 3t \\ z = t \end{cases}$

- (1,5 puntos) Calcula el valor de a para que los puntos de corte del plano π con las rectas r , r' y r'' estén alineados.
- (0,75 puntos) Calcula las ecuaciones de la recta que pasa por esos tres puntos.
- (0,75 puntos) Calcula la distancia de dicha recta al origen.

Ejercicio 62 (Curso 2003/2004)

Se consideran la recta y los planos siguientes:

$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases}$; $\pi_1 \equiv 2 - 3x + 2y - z = 0$; $\pi_2 \equiv 3 + 2x + 2y - 2z = 0$. Se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de la recta con respecto a cada uno de los planos.
- (1 punto) Determinar la posición relativa de los dos planos.
- (1 punto) Calcula la distancia de r a π_2 .

Ejercicio 63 (Curso 2003/2004)

- (2 puntos) Determinar la posición relativa de los siguientes planos, para los distintos valores del parámetro k :

$$\pi_1 \equiv 2x + 3y + kz = 3$$

$$\pi_2 \equiv x + ky - z = -1$$

$$\pi_3 \equiv 3x + y - 3z = -k$$

- (1 punto) En los casos en que los tres planos anteriores se corten a lo largo de una recta común, hallar un vector director de dicha recta.

Ejercicio 64 (Curso 2002/2003)

Se consideran el plano π y la recta r siguientes: $\pi \equiv x + y - 2z = 6$, $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Se pide:

- (1,5 puntos) Hallar el punto simétrico de $M(1,1,1)$ respecto del plano π .
- (1,5 puntos) Hallar el punto simétrico de $M(1,1,1)$ respecto de la recta r .

Ejercicio 65 (Curso 2002/2003)

Se consideran los puntos $A(1,1,1)$, $B(0,-2,2)$, $C(-1,0,2)$, $D(2,-1,-2)$. Se pide:

- (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y D .
- (1 punto) Calcular la distancia del punto D al plano determinado por los puntos A , B y C .
- (1 punto) Hallar unas ecuaciones cartesianas de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A , B y C .

Ejercicio 66 (Curso 2002/2003)

(2 puntos) Dados los puntos $A(1,0,1)$ y $B(0,2,0)$, y el plano $\pi \equiv x - 2y - z - 7 = 0$, determinar el plano que es perpendicular al plano π y que pasa por los puntos A y B .

Ejercicio 67 (Curso 2002/2003)

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-k}{1}$, $s \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 3x + z = 1 \end{cases}$

- (1 punto) Hallar el valor de k para que las dos rectas estén contenidas en el mismo plano.
- (1 punto) Para el valor de k obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación general del plano que las contiene.

Ejercicio 68 (Curso 2002/2003)

Dado el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$, y la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$, se pide:

- (1 punto) Calcular el punto Q en el que se cortan el plano π y la recta r .
- (2 puntos) Encontrar un plano π' , paralelo a π , tal que el punto Q' en el que se cortan el plano π' y la recta r esté a distancia 2 del punto Q hallado en el apartado anterior.

Ejercicio 69 (Curso 2002/2003)

Dadas las rectas en el espacio: $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ y $s \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$,

- (1,5 puntos) Hallar la distancia entre las dos rectas.
- (1,5 puntos) Determinar las ecuaciones de la perpendicular común a r y s .

Ejercicio 70 (Curso 2002/2003)

Dados el plano $\pi \equiv x + 3y - z = 1$, y la recta $r \equiv \frac{x+2}{6} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$, se pide:

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación general del plano π' que contiene a r y es perpendicular a π .
- (1,5 puntos) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π , π' .

Ejercicio 71 (Curso 2001/2002)

Se consideran las rectas: $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{2}$ y $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$,

- (1 punto) Calcular la distancia entre r y s .
- (1 punto) Hallar unas ecuaciones cartesianas de la recta perpendicular común a r y s y que corta a ambas.
- (1 punto) Hallar unas ecuaciones cartesianas de la recta que corta a r y s y que pasa por el punto $P(1,0,0)$.

Ejercicio 72 (Curso 2001/2002)

Para cada valor del parámetro real a , se consideran los tres planos siguientes:

$\pi_1 \equiv x + y + az = -2$; $\pi_2 \equiv x + ay + z = -1$; $\pi_3 \equiv ax + y + z = 3$, se pide:

- (1,5 puntos) Calcular los valores de a para los cuales los tres planos anteriores contienen una recta común.
- (0,5 puntos) Para los valores de a calculados, hallar unas ecuaciones cartesianas de dicha recta común.

Ejercicio 73 (Curso 2001/2002)

(2 puntos) Hallar una ecuación cartesiana del plano que contiene a la recta $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ y es

perpendicular al plano $\pi \equiv 2x + y - z = 2$.

Ejercicio 74 (Curso 2001/2002)

Los puntos $A(1,1,1)$, $B(2,2,2)$, $C(1,3,3)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

- (1 punto) Hallar las coordenadas del cuarto vértice D y calcular el área de dicho paralelogramo.
- (1 punto) Clasificar el paralelogramo por sus lados y por sus ángulos.

Ejercicio 75 (Curso 2001/2002)

Sean las rectas: $r \equiv \begin{cases} x - 2y - 6z = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{a} = z$,

- (1 punto) Determinar la posición relativa de r y s según los valores de a .
- (1 punto) Calcular la distancia entre las rectas r y s cuando $a = -2$.

Ejercicio 76 (Curso 2000/2001)

Se considera el tetraedro cuyos vértices son $A(1,0,0)$, $B(1,1,1)$, $C(-2,1,0)$ y $D(0,1,3)$.

- (1 punto) Hallar el área del triángulo ABC y el volumen del tetraedro $ABCD$.
- (1 punto) Calcular la distancia de D al plano determinado por los puntos A, B, C .
- (1 punto) Hallar la distancia entre las rectas AC y BD .

Ejercicio 77 (Curso 2000/2001)

Dados el plano $\pi \equiv x + y + z = 1$, la recta $r \equiv (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$ y el punto $P(1, 1, 0)$, se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación de una recta s que sea perpendicular a r y pase por P .
- (1 punto) Hallar el punto P' , simétrico de P respecto de r .
- (1 punto) Hallar el punto P'' , simétrico de P respecto de π .

Ejercicio 78 (Curso 2000/2001)

Sean las rectas: $r \equiv x - 2 = \frac{y-1}{k} = \frac{z+1}{-2}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$

- (1 punto) Hallar k para que r y s sean coplanarias.
- (1 punto) Para el valor anterior de k , hallar la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.
- (1 punto) Para el valor anterior de k , hallar la ecuación de la recta perpendicular común a las rectas dadas.

Ejercicio 79 (Curso 2000/2001)

Sean A , B y C tres puntos del espacio tridimensional que verifican la relación $\overrightarrow{CB} = -3\overrightarrow{CA}$.

- (1 punto) Calcular el valor que toma k en la expresión $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$.
- (1 punto) Si $A(1, 2, -1)$ y $B(3, 6, 9)$, hallar las coordenadas del punto C que cumple la relación de partida.

Ejercicio 80 (Curso 1999/2000)

(2 puntos) Resolver la siguiente ecuación vectorial

$$\vec{x} \wedge (2, 1, -1) = (1, 3, 5)$$

Sabiendo que $|\vec{x}| = \sqrt{6}$, donde el símbolo $\wedge$ significa “producto vectorial”.

Ejercicio 81 (Curso 1999/2000)

Sean los puntos $P(8, 13, 8)$ y $Q(-4, 11, -8)$. Se considera el plano π , perpendicular al segmento PQ por su punto medio.

- (1 punto) Obtener la ecuación del plano π .
- (1 punto) Calcular la proyección ortogonal del punto $O(0, 0, 0)$ sobre π .
- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro determinado por los puntos en los que el plano π corta a los ejes coordenados y el origen de coordenadas.

Ejercicio 82 (Curso 1999/2000)

Dados los vectores $\vec{u} = (a, 1+a, 2a)$, $\vec{v} = (a, 1, a)$ y $\vec{w} = (1, a, 1)$, se pide:

- (1 punto) Determinar los valores de a para los que los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.
- (0,5 puntos) Estudiar si el vector $\vec{c} = (3, 3, 0)$ depende linealmente de los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ para el caso $a = 2$. Justifica la respuesta.
- (0,5 puntos) Justificar razonadamente si para $a = 0$ se cumple la igualdad $\vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 0$. El símbolo $\wedge$ significa “producto vectorial”.

Ejercicio 83 (Curso 1999/2000)

- (1 punto) Encontrar la distancia del punto $P(1, -1, 3)$ a la recta que pasa por los puntos $Q(1, 2, 1)$ y $R(1, 0, -1)$.
- (1 punto) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son P , Q y R .
- (1 punto) Encontrar todos los puntos S del plano determinado por P , Q y R de manera que el cuadrilátero de vértices P , Q , R y S sea un paralelogramo.

Ejercicio 84 (Curso 1998/1999)

Sean las rectas: $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = 3 - \mu \\ y = 1 - 2\mu \\ z = 3 + \mu \end{cases}$

- (2 puntos) Si P es un punto genérico de la recta r , hallar (en función de λ) las coordenadas del punto Q de s tal que la recta PQ es paralela al plano $x + y + z = 3$.
- (1 punto) Hallar el lugar geométrico que describe el punto medio del segmento PQ .

Ejercicio 85 (Curso 1998/1999)

Dados los puntos $A(1, 3, -1)$, $B(2, 3, 1)$ y $C(1, 3, -1)$, se pide:

- (1 punto) Obtener la ecuación del plano π que los contiene.
- (1 punto) Calcular la distancia del origen de coordenadas al plano π .
- (1 punto) Determinar el volumen del tetraedro cuyos vértices son A, B, C y el origen de coordenadas.

Ejercicio 86 (Curso 1998/1999)

Sean A , B y C los puntos de la recta $x - 12 = \frac{y + 6}{2} = \frac{z - 6}{3}$ que están en los planos coordenados $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$, respectivamente.

- (1 punto) Determinar razonadamente cuál de los tres puntos se encuentra entre los otros dos.
- (1 punto) Siendo D un punto exterior a la recta, indicar, razonadamente, cuál de los triángulos DAB , DAC o DBC tiene mayor área.

Ejercicio 87 (Curso 1998/1999)

- (1 punto) Hallar el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los planos de ecuaciones $3x - 4y + 5 = 0$ y $2x - 2y + z + 9 = 0$.
- (1 punto) ¿Qué puntos del eje OY equidistan de ambos planos?

Ejercicio 88 (Curso 1998/1999)

(2 puntos) Calcular la distancia del punto $A(1, 1, -1)$ al plano $2x + y - z = 0$. Determinar el punto del plano que está a distancia mínima del punto A .

Ejercicio 89 (Curso 1998/1999)

(2 puntos) Determinar el punto de la recta $\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ y - z = 0 \end{cases}$ que se encuentra a distancia mínima de la recta $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$.

Ejercicio 90 (Curso 1998/1999)

(2 puntos) Calcular la distancia del punto $P(1, 2, -4)$ a la recta $r: \begin{cases} x = 2 \\ y - z = 4 \end{cases}$.

Ejercicio 91 (Curso 1998/1999)

(2 puntos) Dados los vectores $\vec{v}_1 = (1, 3, 0)$ y $\vec{v}_2 = (2, 1, 1)$, encontrar un vector $\vec{v}_3$ de módulo 1 y perpendicular a los dos anteriores.

Ejercicio 92 (Curso 1997/1998)

- (1,5 puntos) Hallar un punto A que esté sobre la recta $\begin{cases} y = 1 + x \\ z = 1 + 2x \end{cases}$, que diste del punto $B(1, 0, 1)$ doble que del punto $C(0, 0, 0)$ y que esté por debajo del plano XY .
- (1,5 puntos) Hallar la proyección ortogonal de C sobre la recta BP , donde P es el punto en el que la recta dada en el apartado anterior corta al plano YZ .

Ejercicio 93 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Sean $P(1, 1, 0)$, $Q(0, 1, 1)$, y R un punto arbitrario de la recta $r: x - 2 = y - 1 = z - 2$. De todos los triángulos PQR así obtenidos:

- ¿Hay alguno rectángulo?
- ¿Cuál es el que tiene área mínima?

Ejercicio 94 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Determinar, en función de λ , la posición relativa de los planos

$$\pi_1 \equiv x + y + \lambda z = 1 \quad \pi_2 \equiv 2x + \lambda y = 1 \quad \pi_3 \equiv \lambda x + y + z = 1$$

Ejercicio 95 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Calcular m y n de forma que sean paralelas las rectas:

$$r: \begin{cases} mx - 2y + 6 - m = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}, \quad s: \frac{x}{n} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}.$$

Ejercicio 96 (Curso 1997/1998)

- (1 punto) Determinar la ecuación del plano π que pasa por los puntos $P(1,1,1)$ y $Q(0,0,1)$ y es paralelo a la recta r determinada por los puntos $R(1,2,1)$ y $S(1,1,0)$.
- (1 punto) ¿Cuál es la distancia entre el plano π y la recta r ?

Ejercicio 97 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Demostrar que, para todo número real α , los tetraedros con vértices $A(\alpha, 1 + \alpha, 1 - 2\alpha)$,

$B(1 + \alpha, \alpha, 1 - 2\alpha)$, $C(1 + \alpha, 1 + \alpha, -2\alpha)$ y un punto P de la recta $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$ tienen el mismo

volumen.

Ejercicio 98 (Curso 1997/1998)

- (1 punto) Comprobar que los vectores $\vec{a} = (1, 1, 3)$, $\vec{b} = (-1, 2, 0)$ y $\vec{c} = (1, 3, 5)$ son linealmente dependientes.
- (1 punto) Encontrar la ecuación del plano π determinado por el punto $Q(-1, 0, 1)$ y los vectores $\vec{b}$ y $\vec{c}$.

Ejercicio 99 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Encontrar los vectores unitarios de $\mathbb{R}^3$ que son perpendiculares a $\vec{v} = (1, 0, 1)$ y forman un

ángulo de 60° con $\vec{w} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Ejercicio 100 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Hallar el lugar geométrico de los puntos P que determinan con $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ y

$C(0, 0, 1)$ un tetraedro de volumen $\frac{1}{6}$.

Ejercicio 101 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Estudiar la posición relativa de las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{5}$, $s \equiv \frac{x-3}{2} = y = \frac{z-1}{3}$.

Ejercicio 102 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Se dan el plano $\pi \equiv x + 3y + (2 + \lambda)z = 7$ y la recta $r \equiv \begin{cases} (1 - \lambda)x - 2y - 2z = -4 \\ x + (2 - \lambda)y + z = 3 \end{cases}$,

determinar la posición relativa entre r y π según los valores del parámetro λ .

Ejercicio 103 (Curso 1997/1998)

(2 puntos) Demostrar que los puntos del plano $\pi \equiv z = 0$, equidistan de las rectas $r \equiv x = y = z$ y $s \equiv x = y = -z$.

¿Hay algún punto (x, y, z) con $z \neq 0$ que equidiste de r y s ?

Ejercicio 104 (Curso 1996/1997)

(2 puntos) Determinar un punto P de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ que equidiste de los planos

$$\pi \equiv x + y + z = -3 \text{ y } \sigma \equiv \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = -\lambda + \mu \\ z = -6 - \mu \end{cases}$$

Ejercicio 105 (Curso 1996/1997)

(2 puntos) Determinar los valores de los parámetros a y b , para que las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x - y = 0 \\ ax - z = 0 \end{cases}$ y

$$s \equiv \begin{cases} x + by = 3 \\ y + z = 3 \end{cases} \text{ se corten ortogonalmente.}$$

Ejercicio 106 (Curso 1996/1997)

(2 puntos) Calcular el valor del parámetro a para que las rectas $s \equiv \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + ay + 2z = -2 \end{cases}$ y

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = t \end{cases} \text{ sean coplanarias.}$$

Ejercicio 107 (Curso 1996/1997)

(2 puntos) Hallar el punto de la recta $x = -2y = -2z$ cuya distancia al origen es el doble que su distancia

$$\text{a la recta } \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Ejercicio 108 (Curso 1996/1997)

(2 puntos) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ y $r' \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$, determinar las ecuaciones de la recta s que corta a r y a r' y es paralela a $r'' \equiv x = y = z$.

Ejercicio 109 (Curso 1996/1997)

(2 puntos) Determinar los puntos de la recta $r: \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$ que equidistan de los planos $\pi: x = 1$ y $\sigma: y = 3$.

Ejercicio 110 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Hallar la distancia entre las rectas r y s , siendo $r: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{-1}$, $s: x = y = \frac{z}{4}$.

Ejercicio 111 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Hallar la intersección de la recta r , determinada por los puntos $A = (1, 6, 3)$ y $B = (2, 6, 0)$, con el plano $\pi: x - y + 3z = 2$.

Ejercicio 112 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0 \\ 3x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$, $s: \begin{cases} 2x + y - 3z - 4 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$, hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .

Ejercicio 113 (Años 1993-1996)

(2 puntos) Consideremos el plano π de ecuación $20x + 12y + 15z - 60 = 0$. Hallar:

- Los puntos A, B, C de intersección de π con los ejes coordenados OX, OY, OZ .
- La distancia entre la recta OB y el eje OX .

Ejercicio 114 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{4}$, $s: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{3}$

- Estudiar su posición relativa en el espacio.
- Hallar la distancia entre ellas.

Ejercicio 115 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Hallar las ecuaciones del lugar geométrico de todos los puntos del plano $x = y$ que distan 1 del plano $2x - y + 2z = 2$.

Ejercicio 116 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Consideremos las rectas de ecuaciones $r: \begin{cases} x + y - z + 3 = 0 \\ -2x + z - 1 = 0 \end{cases}$, $s: x + 1 = \frac{y-3}{n} = \frac{z}{2}$

- Hallar n para que r y s sean paralelas.
- Para el valor de n obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación del plano que contiene ambas rectas.

Ejercicio 117 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$, $s: \begin{cases} x = \mu \\ y = 2\mu \\ z = -5 + \mu \end{cases}$

- Calcular el punto de intersección de ambas.
- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a las rectas anteriores que pasa por el punto de intersección de ambas.

Ejercicio 118 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0 \\ 3x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$, $s: \begin{cases} 2x + y - 3z - 4 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$, hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .

Ejercicio 119 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x - 2y = -1 \\ y - z = 1 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x - 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$, comprobar:

- Las dos rectas son paralelas.
- Determinar la ecuación del plano π que las contiene.

Ejercicio 120 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = -2 \\ y - z = 0 \end{cases}$, $s: \begin{cases} 2x + z = -2 \\ x + y = 0 \end{cases}$, $r': \begin{cases} x - z = 0 \\ z + y = -1 \end{cases}$, hallar las coordenadas de un punto P que está en la recta r' y que determina con la recta s un plano que contiene a r .

Ejercicio 121 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Calcular la ecuación del plano que pasa por el punto $(1, 0, -1)$, es paralelo a la recta

$r: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y es perpendicular al plano $2x - y + z + 1 = 0$.

Ejercicio 122 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Hallar los puntos cuya distancia al origen es el triple que su distancia a la recta $r: \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$.

Ejercicio 123 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dados los planos $\pi: mx + y + z = 1$, $\pi': x + my + z = 1$, $\pi'': x + y + mz = 1$, estudiar la posición relativa de los mismos según los valores de m .

Ejercicio 124 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Determinar para qué valores de λ y μ los planos $\pi: 2x - y + 3z - 1 = 0$, $\pi': x + 2y - z + \mu = 0$, $\pi'': x + \lambda y - 6z + 10 = 0$

- Tienen un único punto en común.
- Pasan por una misma recta.

Ejercicio 125 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Hallar el punto simétrico de $(2, 0, 3)$ respecto de la recta $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Ejercicio 126 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \frac{x-4}{2} = y-4 = z$, $s: \begin{cases} x = -2 + 3\lambda \\ y = 3 \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$

- Comprobar que las dos rectas se cruzan.
- Determinar un punto A de la recta r y un punto B de la recta s de manera que el vector que une A y B sea perpendicular a las rectas r y s .

Ejercicio 127 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Hallar el lugar geométrico de los puntos que están a igual distancia de los tres planos siguientes: $\pi: x - y + 4 = 0$, $\pi': x - y - 2 = 0$, $\pi'': x - 4y + z = 0$.

Ejercicio 128 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Encontrar en la recta que pasa por los puntos $A(-1, 0, 1)$ y $B(1, 2, 3)$ un punto tal que su distancia al punto $C(2, -1, 1)$ sea de tres unidades.

Ejercicio 129 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Se considera el plano $\pi: 2x - y + z + 1 = 0$, la recta $s: \begin{cases} x - 3y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ y el punto $A(4, 0, -1)$.

Hallar el plano que pasa por A , es paralelo a la recta s y perpendicular al plano π .

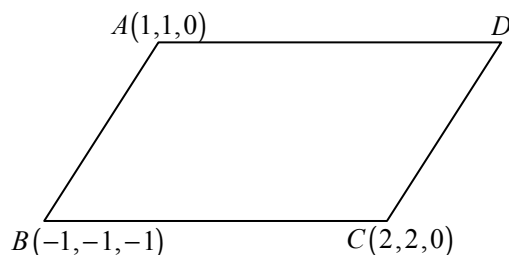
Ejercicio 130 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$, $s: \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-2}{1}$, hallar las ecuaciones de la recta

que las corta perpendicularmente.

Ejercicio 131 (Años 1993 - 1996)

(2 puntos) Considérese la figura siguiente



Se pide:

- Coordenadas de D para que $ABCD$ sea un paralelogramo.
- Área de ese paralelogramo.

Ejercicio 132 (Curso 1992/1993)

(2 puntos) Dadas las rectas $r: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $s: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{3}$, determinar la ecuación de un plano que contiene a r y es paralelo a s .

Ejercicio 133 (Curso 1992/1993)

(2 puntos) Hallar el punto del plano $x + y + z = 1$ que equidista de los puntos $A = (1, -1, 2)$, $B = (3, 1, 2)$, $C = (1, 1, 0)$.

Ejercicio 134 (Curso 1992/1993)

(3 puntos) Calcular el área del triángulo de vértices A' , B' , C' , proyección ortogonal del triángulo de vértices $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 1, 2)$, $C = (1, 2, 1)$, sobre el plano $x + y + z = 1$.

Ejercicio 135 (Curso 1992/1993)

(3 puntos) Un triángulo tiene vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 1)$ y el tercer vértice situado en la recta $\begin{cases} x = 2y \\ z = 1 \end{cases}$.

Calcular las coordenadas del tercer vértice, sabiendo que el área del triángulo es $\frac{\sqrt{2}}{2}$.