

Ejercicios de geometría analítica del espacio.

Ejercicio 1

Dados el plano $\pi \equiv 2x + ay + 4z + 25 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 5y - 2z - 11 = 0 \end{cases}$ se pide:

- Encuentra los valores de a para los que la recta r está contenida en el plano π .
- Para $a = -4$, encuentra un plano paralelo a π que esté a distancia 4.

Ejercicio 2

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x - 2y = -1 \\ y - z = 1 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$

- Comprueba que las dos rectas son paralelas y determina la ecuación del plano que las contiene.
- Encuentra la ecuación del plano que equidista de ambas rectas.

Ejercicio 3

Sea la base B de $\mathbb{R}^3$ formada por los vectores, $\vec{e}_1 = (-1, 1, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, -1, 3)$, $\vec{e}_3 = (2, 0, 1)$. Se consideran los vectores $\vec{u} = (1, 2, 1)$ y $\vec{v} = (-2, 1, 2)$, cuyas coordenadas están expresadas en la base B .

- Calcula el valor del producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ y la longitud del vector $(\vec{u} - 2\vec{v})$.
- Halla el ángulo que forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

Ejercicio 4

Se consideran las rectas: $r \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} 2x - z + 2 = 0 \\ 2y - mz = 6 \end{cases}$

- Halla el valor de m para que r y s sean paralelas.
- Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, determina la ecuación del plano que contiene las rectas r y s .
- Calcula la distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 5

Dados el punto $P(-4, 6, 6)$, el origen de coordenadas O y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -4 + 4\lambda \\ y = 8 + 3\lambda \\ z = -2\lambda \end{cases}$, se pide:

- Determinar un punto Q de la recta r , de modo que su proyección Q' sobre $\overline{OP}$ sea el punto medio de este segmento.
- Determinar la distancia de P a r .
- Existe algún punto R de la recta r , de modo que los puntos O , P y R estén alineados? En caso afirmativo, encontrar el punto (o los puntos) con esa propiedad o, en caso negativo, justificar la no existencia.

Ejercicio 6

Halla las ecuaciones de la recta que está contenida en el plano $\pi_1 \equiv x + 2y - 3z = 4$, es paralela al plano

$$\pi_2 \equiv y + 2z - 1 = 0 \text{ y corta a la recta } r \equiv x - 2 = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

Ejercicio 7

Se consideran las rectas: $r \equiv x = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{2}$, $s \equiv \frac{x-2}{3} = y = \frac{z+1}{-1}$, se pide:

- Calcula la distancia entre r y s .
- Halla las ecuaciones de la recta perpendicular común a r y s y que corta a ambas.
- Halla unas ecuaciones de la recta que corta a r y s y que pasa por el punto $P(1,0,0)$.

Ejercicio 8

Dados los planos $\pi_1 \equiv 3x + 4y - 5z - 7 = 0$, $\pi_2 \equiv x - 2y + z - 3 = 0$, se pide:

- Halla la ecuación de la recta r , que es paralela a los planos π_1 y π_2 y contiene al origen de coordenadas.
- Determina la ecuación de la recta proyección ortogonal de r sobre el plano π_2 .