

CÁLCULO DE ÁREAS DE RECINTOS PLANOS

Ejercicio 1.

Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $y = \operatorname{sen} x$ y el eje OX entre 0 y 2π .

Solución: 4

Ejercicio 2.

Calcular el área del recinto limitado por las curvas $y = x^3 - 3x + 8$, $y = -3x$, y las verticales $x = -3$, $x = 0$.

Solución: $\frac{81}{4}$

Ejercicio 3.

Calcular el área del recinto limitado por las curvas $y = x$, $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{4}$.

Solución: $\frac{5}{2}$

Ejercicio 4.

Hallar el área de la región limitada por la curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje OX.

Solución: 8

Ejercicio 5.

Hallar el área del recinto limitado por las parábolas $y = x^2$, $x = y^2$.

Solución: $\frac{1}{3}$

Ejercicio 6.

Calcular el área de la región limitada por la parábola $y^2 = 4x$ y la recta $y = x - 3$.

Solución: $\frac{64}{3}$

Ejercicio 7.

Calcular el área del menor de los recintos limitados por la circunferencia $x^2 + y^2 = 5$ y la hipérbola $xy = 2$.

Solución: $\arcsen \frac{2}{\sqrt{5}} - \arcsen \frac{1}{\sqrt{5}} + 2 \ln 2$

Ejercicio 8.

Hallar el área de la región comprendida entre la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ y la parábola $2y = x^2$.

Solución: $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$

Ejercicio 9.

Calcular el área de la región limitada por la curva $f(x) = (x^2 - x)e^x$ y el eje OX.

Solución: $(3 - e)$

Ejercicio 10.

Calcular el área de la región limitada por la hipérbola $xy = m^2$ y el eje OX entre $x = a$ y $x = 3a$ ($a > 0$).

Solución: $m^2 \ln 3$

Ejercicio 11.

Calcular el área de la región limitada por $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$.

Solución: $\frac{(e-1)^2}{e}$

Ejercicio 12.

Hallar el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2 - 2x - 8$ y la recta $2x - y - 3 = 0$.

Solución: 36

Ejercicio 13.

Hallar el área de la región limitada por las curvas $y = x^3 - x$, $y = x^2$.

Solución: $\frac{13}{12}$

Ejercicio 14.

Calcular el área de la región limitada por $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$, $x = -1$ y el eje OX.

Solución: $\frac{2e-2}{e}$

Ejercicio 15.

Hallar el área de la región limitada por las curvas $y = \operatorname{sen} x$, $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$.

Solución: $2\sqrt{2}$

Ejercicio 16.

Calcular el área de la región que encierra la curva $y = \cos x$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2\pi$.

Solución: 4

Ejercicio 17.

Calcular el área de la región comprendida entre la parábola $x = 2 - 2y^2$ y el eje OY.

Solución: $\frac{8}{3}$

Ejercicio 18.

Las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = cx^3$, siendo $c > 0$, se cortan en los puntos $(0,0)$ y en $\left(\frac{1}{c}, \frac{1}{c^2}\right)$. Determinar c de manera que la región limitada entre esas gráficas y sobre el

intervalo $\left[0, \frac{1}{c}\right]$ tenga área $\frac{2}{3}$.

Solución: $c = \frac{1}{2}$

Ejercicio 19.

Hallar el área de la figura limitada por la curva $y = x(x-1)(x-2)$ y el eje OX.

Solución: $\frac{1}{2}$

Ejercicio 20.

Hallar el área del recinto plano limitado por la curva $y^3 = x$, la recta $y = 1$ y la vertical $x = 8$.

Solución: $\frac{17}{4}$

Ejercicio 21.

Calcular el área de la figura comprendida entre la curva $y = \operatorname{tg} x$, el eje OX y la recta $x = \frac{\pi}{3}$.

Solución: $\ln 2$

Ejercicio 22.

Hallar el área de la figura comprendida entre la curva de Agnesi $y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$ y el eje de abscisas.

Solución: πa^2

Ejercicio 23.

Calcular el área del segmento de la parábola $y = 2x - x^2$ que corta la recta $y = -x$.

Solución: $\frac{9}{2}$

Ejercicio 24.

Hallar el área de la figura limitada por la curva $y = x^3$, la recta $y = 8$ y el eje OY.

Solución: 12

Ejercicio 25.

Calcular el área de la figura comprendida entre las parábolas $y = \frac{x^2}{3}$ e $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$.

Solución: $\frac{32}{3}$

Ejercicio 26.

Calcular el área de la superficie comprendida entre la circunferencia $x^2 + y^2 = 16$ y la parábola $x^2 = 12(y - 1)$.

Solución: $\frac{16\pi - 4\sqrt{3}}{3}$ y $\frac{32\pi + 4\sqrt{3}}{3}$

Ejercicio 27.

Hallar el área del recinto plano limitado por la *parábola de Neil* $y = x^{\frac{2}{3}}$ y la recta $x = 1$.

Solución: $\frac{3}{5}$

Ejercicio 28.

Calcular el área de la región limitada por la parábola semicúbica $y^2 = x^3$, $\left(\text{o también } \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases} \right)$

y la recta vertical $x = 1$.

Solución: $\frac{4}{5}$

Ejercicio 29.

Hallar el área de la figura limitada por la curva $a^2 y^2 = x^2 (a^2 - x^2)$.

Solución: $\frac{4}{3}a^2$

Ejercicio 30.

Hallar el área de la región comprendida entre la curva $y = \frac{1}{x^2}$, el eje OX y la recta $x = 1$ ($x > 1$).

Solución: 1

Ejercicio 31.

Calcular el área contenida en el interior de la *astroide* $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$.

Solución: $\frac{3}{8}\pi ab$

Ejercicio 32.

Hallar el área de la figura limitada por la *cardioide* $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$

Solución: $6\pi a^2$

Ejercicio 33.

Hallar el área de la región limitada por la *cisoide* $y^2 = \frac{x^3}{2a-x}$ y su asíntota $x = 2a$, ($a > 0$).

Solución: $3\pi a^2$

Ejercicio 34.

Calcular el área de la región comprendida entre el *estrofoide* $y^2 = \frac{x(x-a)^2}{2a-x}$ y su asíntota ($a > 0$).

Solución: $a^2 \left(2 + \frac{\pi}{2} \right)$