

Soluciones. Proporcionalidad y porcentajes.

Ejercicio 1

a) ¿En qué razón están los números 28 y 36?

La razón de dos números a y b es la fracción $\frac{a}{b}$. Si esa fracción no es irreducible, es conveniente reducirla.

Ya sabemos que todos los números que pueden expresarse en forma de fracción, con numerador y denominador enteros, los llamamos racionales.

Entonces, la razón de los números 28 y 36 será $\frac{28}{36} = \frac{7}{9}$

b) Rodea las parejas de números que estén en la razón $\frac{3}{7}$.

9 y 14 *no están en razón $\frac{3}{7}$ porque $\frac{9}{14} \neq \frac{3}{7}$*

21 y 49 *sí están en razón $\frac{3}{7}$ porque $\frac{21}{49} = \frac{3}{7}$*

27 y 63 *sí están en razón $\frac{3}{7}$ porque $\frac{27}{63} = \frac{3}{7}$*

c) Escribe el número que falta en cada pareja para que estén en la razón $\frac{5}{3}$.

15 y ¿___? *Para que 15 y x estén en razón $\frac{5}{3}$, se debe cumplir $\frac{15}{x} = \frac{5}{3} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 3}{5} = 9 \rightarrow$ el número que falta es 9*

¿___? y 18 *Para que x y 18 estén en razón $\frac{5}{3}$, se debe cumplir $\frac{x}{18} = \frac{5}{3} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 18}{3} = 30 \rightarrow$ el número que falta es 30*

d) Calcula el valor de la incógnita en la siguiente proporción: $\frac{36}{51} = \frac{24}{x} \rightarrow \frac{36}{51} = \frac{24}{x} \rightarrow x = \frac{51 \cdot 24}{36} = 34$

Entendemos por **magnitud**, una propiedad que puede ser medida y su resultado se expresa mediante un número en determinada unidad. Como ejemplos de magnitudes, podemos señalar la longitud, la capacidad, el área, el volumen, la temperatura, el tiempo, el precio, la velocidad, etc. Del mismo modo, no son magnitudes, la amistad, el cariño, la satisfacción, la pena, el gusto, etc.

Dos magnitudes pueden estar relacionadas por una **proporción**, en ese caso decimos que son proporcionales. Una proporción es una igualdad de fracciones, es decir, dos fracciones equivalentes. Así, un ejemplo de proporción es $\frac{9}{6} = \frac{15}{10}$ y la razón de esta proporción es $\frac{3}{2}$.

Tenemos dos tipos de relaciones de proporcionalidad entre magnitudes: directas e inversas.

Una relación de proporcionalidad es directa, o dos magnitudes son directamente proporcionales, cuando al aumentar una al doble, triple, cuádruplo, ..., la otra se comporta de igual modo, aumentando en la misma proporción.

Si tenemos dos magnitudes, A y B, **directamente proporcionales**, sus valores correspondientes se comportan del siguiente modo:

Magnitud A	a	a'
Magnitud B	b	b'

 $\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \text{ y } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

Una relación de proporcionalidad es inversa, o dos magnitudes son inversamente proporcionales, cuando al aumentar una al doble, triple, cuádruplo, ..., la otra se comporta de manera inversa, disminuyendo en la misma proporción, mitad, tercera parte, cuarta parte,

Si tenemos dos magnitudes, C y D, **inversamente proporcionales**, sus valores correspondientes se comportan del siguiente modo:

Magnitud C	c	c'
Magnitud D	d	d'

 $\rightarrow c \cdot d = c' \cdot d' \text{ y } \frac{c}{c'} = \frac{d'}{d}$

Ejercicio 2

Completa las tablas de valores proporcionales e indica que tipo de proporción es en cada caso:

Magnitud A	15	4	3	10	1	20
Magnitud B	8	30	40	12	120	6

$15 \cdot 8 = 4 \cdot 30 = 120$, las magnitudes A y B son inversamente proporcionales y todos los productos deben darnos 120. $\Rightarrow 3 \cdot x = 120 \rightarrow x = 40$; $10 \cdot x = 120 \rightarrow x = 12$; $1 \cdot x = 120 \rightarrow x = 120$; $6 \cdot x = 120 \rightarrow x = 20$

Magnitud C	12	21	9	15	6	24
Magnitud D	20	35	15	25	10	40

$\frac{12}{20} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$, las magnitudes C y D son directamente proporcionales y todos los cocientes deben ser

fracciones equivalentes a $\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 15$; $\frac{15}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 25$; $\frac{x}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 6$; $\frac{24}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = 40$

Ejercicio 3

Señala los pares de magnitudes que sean proporcionales e indica qué tipo de proporción es:

- El número de bolígrafos iguales que compramos y el precio pagado por ellos.
Directamente proporcionales (si compramos el doble de bolígrafos, pagamos el doble)
- El número de asistentes a una excursión y la cantidad que aporta cada uno para pagar un autobús (el autobús tiene, en total, un precio fijo).
Inversamente proporcionales (si vamos la mitad en el autobús, tenemos que pagar el doble)
- El peso de una merluza y lo que pago por ella en la pescadería.
Directamente proporcionales (si la merluza pesa el doble, el precio también es el doble)
- La cantidad de tiempo que permanece abierto un grifo y los litros de agua que arroja.
Directamente proporcionales (si el grifo está abierto el doble de tiempo, arroja el doble de agua)

- El número de calzado de una persona y su edad.
No son proporcionales (cuando uno aumenta al doble su edad, no tiene por qué calzar doble número)
- La longitud del lado de un cuadrado y su área.
No son proporcionales (si un cuadrado tiene doble lado que otro, su área no es doble, si no cuádruple)
- El precio de un coche y la velocidad que puede alcanzar.
No son proporcionales (si un coche cuesta doble que otro, la velocidad que alcanza no tiene por qué ser doble)
- La capacidad de los envases de aceite y la cantidad de envases que llenamos con un depósito.
Inversamente proporcionales (si los envases son el doble de grandes, el número de envases que llenaré con el depósito, será la mitad)
- El número de horas dedicado a estudiar un examen y la nota obtenida.
No son proporcionales (si dedicas el doble de tiempo a estudiar un examen, la nota de ese examen no tiene por qué ser el doble. A veces no es posible sacar el doble de nota)
- El número de días que contratas un coche de alquiler y el dinero que te cuesta.
Directamente proporcionales (el precio suele ser por día, con lo que, si contratamos el doble de días, pagaremos el doble de dinero)

Ejercicio 4

Por 850 gramos de queso he pagado 13,60 euros. ¿Cuánto me costará un queso de dos kilos y medio?

Solución:

El peso del queso y el precio que pagamos por él, son magnitudes directamente proporcionales.

Peso del queso en gramos	850	2500
Precio que pagamos en euros	13,60	x

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{850}{13,60} = \frac{2500}{x} \rightarrow x = \frac{13,60 \cdot 2500}{850} = 40$

El queso de dos kilos y medio, costará 40 euros.

Ejercicio 5

Entre 6 amigos hemos alquilado un apartamento en la playa para este verano y tenemos que pagar, cada uno, 76 €. A cuánto tocaremos cada uno, si finalmente se apuntan dos amigos más que lo están dudando.

Solución:

El número de amigos que alquilamos el apartamento y el precio que pagamos cada uno por el alquiler, son magnitudes inversamente proporcionales.

número de amigos	6	8
Precio que pagamos en euros	76	x

Por ser una proporción inversa, se cumple: $6 \cdot 76 = 8 \cdot x \rightarrow x = \frac{6 \cdot 76}{8} = 57$

Si se apuntan los dos amigos que dudan, pagaremos 57 euros por persona.

El precio del apartamento es $6 \cdot 76 = 456$ euros

Ejercicio 6

Calcula:

a) ¿En qué razón están los números 52 y 78?

La razón de dos números a y b es la fracción $\frac{a}{b}$. Si esa fracción no es irreducible, es conveniente reducirla.

Entonces, la razón de los números 52 y 78 será $\frac{52}{78} = \frac{2}{3}$

b) Señala las parejas de números que estén en la razón $\frac{5}{4}$.

16 y 20 no están en razón $\frac{5}{4}$ porque $\frac{16}{20} = \frac{4}{5} \neq \frac{5}{4}$

25 y 20 sí están en razón $\frac{5}{4}$ porque $\frac{25}{20} = \frac{5}{4}$

60 y 48 sí están en razón $\frac{5}{4}$ porque $\frac{60}{48} = \frac{5}{4}$

c) Calcula el valor de la incógnita en las siguientes proporciones:

$$\frac{15}{18} = \frac{25}{x} \\ \frac{15}{18} = \frac{25}{x} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 25}{15} = 30$$

$$\frac{32}{x} = \frac{24}{9} \rightarrow x = \frac{32 \cdot 9}{24} = 12$$

$$\frac{27}{36} = \frac{x}{28} \\ \frac{27}{36} = \frac{x}{28} \rightarrow x = \frac{27 \cdot 28}{36} = 21$$

Ejercicio 7

Completa las tablas de valores proporcionales e indica que tipo de proporción es en cada caso:

Magnitud A	18	9	6	12	4	1	72	9
Magnitud B	8	16	24	12	36	144	2	16

$18 \cdot 8 = 4 \cdot 36 = 144$, las magnitudes A y B son inversamente proporcionales y todos los productos deben dar 144

Magnitud C	30	10	35	15	25	25	15	45
Magnitud D	12	4	14	6	10	10	6	18

$\frac{10}{4} = \frac{35}{14} = \frac{5}{2}$, las magnitudes C y D son directamente proporcionales y todos los cocientes deben ser fracciones equivalentes a $\frac{5}{2}$.

Ejercicio 8

Un panadero utiliza 2 kg y medio de levadura por cada 60 kg de harina para amasar el pan. ¿Qué cantidad de harina podrá amasar con 8 kg de levadura?

Solución:

El peso de la levadura tiene que ser directamente proporcional al peso de la harina, para el doble de harina, necesitamos el doble de levadura.

Peso de la harina en kg	60	x
Peso de la levadura en kg	2,5	8

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{60}{2,5} = \frac{x}{8} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 8}{2,5} = 192$

Con 8 kg de levadura podremos amasar 192 kg de harina.

Ejercicio 9

Para embotellar un bidón de cierto producto químico, se han empleado 132 botellas de 0,5 litros. ¿Cuántas botellas se habrían necesitado si la capacidad de cada una fuera de 20 cl?

Solución:

El número de botellas que necesitamos y su capacidad, son magnitudes inversamente proporcionales.

número de botellas	132	x
Capacidad de cada botella, en cl	50	20

Por ser una proporción inversa, se cumple: $132 \cdot 50 = 20 \cdot x \rightarrow x = \frac{132 \cdot 50}{20} = 330$

Si se utilizan botellas de 20 cl, necesitaremos 330.

la capacidad del depósito es $132 \cdot 50 = 6600$ cl = 66 litros

Ejercicio 10

Poniendo un poste cada 5 metros, se necesitan 92 postes para vallar una finca, pero sólo se dispone de 80 postes. ¿A qué distancia deben situarse unos postes de otros?

Solución:

El número de postes que necesitamos y la distancia a la que se colocan, son magnitudes inversamente proporcionales.

número de postes	92	80
Distancia entre ellos, en metros	5	x

Por ser una proporción inversa, se cumple: $92 \cdot 5 = 80 \cdot x \rightarrow x = \frac{92 \cdot 5}{80} = 5,75$

Si se utilizan 80 postes, necesitaremos colocarlos a 5,75 metros de separación.

La longitud del vallado es $92 \cdot 5 = 460$ metros

Ejercicio 11

Por un melón que pesaba 3 kilos y 650 gramos, he pagado 4,38 €. ¿Cuánto costará otro melón que pesa dos kilos y medio?

Solución:

El precio del melón es directamente proporcional al peso del mismo.

Precio que pagamos en euros	4,38	x
Peso del melón en kg	3,65	2,5

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{4,38}{3,65} = \frac{x}{2,5} \rightarrow x = \frac{4,38 \cdot 2,5}{3,65} = 3$

Por un melón de dos kilos y medio, pagaremos 3 euros.

El precio del kg de melón está a $\frac{4,38}{3,65} = 1,20$ €/kg

Ejercicio 12

Esta semana vamos de excursión 35 compañeros y tenemos que poner 8,50 €, cada uno, para pagar el autobús. ¿A cuánto tocaríamos cada uno si fuesen a la excursión 9 compañeros más?

Solución:

El número de asistentes a la excursión y el precio que paga cada uno, son magnitudes inversamente proporcionales.

número de personas	35	44
Precio por persona, en euros	8,50	x

Por ser una proporción inversa, se cumple: $35 \cdot 8,50 = 44 \cdot x \rightarrow x = \frac{35 \cdot 8,50}{44} = 6,76136 \rightarrow 6,77$ euros

Si vamos 44 compañeros, tendremos que pagar 6,77 euros cada uno, porque si ponemos 6,76 no llega para pagar el autobús.

El precio del autobús es $35 \cdot 8,50 = 297,50$ euros

Ejercicio 13

Completa las tablas de valores proporcionales e indica que tipo de proporción es en cada caso:

Magnitud A	15	6	2	50	5	1
Magnitud B	10	25	75	3	30	150

$15 \cdot 10 = 50 \cdot 3 = 150$, las magnitudes A y B son inversamente proporcionales y todos los productos deben dar 150

Magnitud C	25	15	20	30	35	10
Magnitud D	30	18	24	36	42	12

$\frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$, las magnitudes C y D son directamente proporcionales y todos los cocientes deben ser fracciones equivalentes a $\frac{5}{6}$.

Ejercicio 14

Para iluminar un pasillo de un hipermercado, vienen marcados en un plano 32 puntos de luz, con una separación de 1,5 metros entre ellos, pero sólo se han presupuestado 25 puntos de luz. ¿A qué distancia debemos situar unos de otros?

Solución:

El número de puntos de luz que vamos a poner y la separación entre ellos, son magnitudes inversamente proporcionales.

número de puntos de luz	32	25
Separación entre puntos, en metros	1,5	x

Por ser una proporción inversa, se cumple: $32 \cdot 1,5 = 25 \cdot x \rightarrow x = \frac{32 \cdot 1,5}{25} = 1,92$

Si se utilizan 25 puntos de luz, tendremos que colocarlos con una separación de 1,92 metros.

La longitud del pasillo es $32 \cdot 1,5 = 48$ metros

Ejercicio 15

En un almacén de materiales de construcción, hacen un descuento, a profesionales, de 15 euros por cada 80 euros de pedido. ¿Cuánto pagaremos por un pedido de 440 euros?

Solución:

El descuento que hacen es directamente proporcional al importe del pedido.

Descuento en euros	15	x
Importe del pedido, en euros	80	440

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{15}{80} = \frac{x}{440} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 440}{80} = 82,50$

En un pedido de 440 euros, hacen un descuento de 82,50 euros.

Pagaremos $440 - 82,50 = 357,50$ euros

Ejercicio 16

Para hacer la masa del pan se utilizan las siguientes cantidades:

harina
5 kg.

agua
3,250 kg (litros)

sal
100 g.

levadura
35 g.

Si utilizamos medio kilogramo de levadura, ¿qué cantidades debemos añadir del resto de ingredientes?

Solución:

El peso de la levadura tiene que ser directamente proporcional a la cantidad del resto de ingredientes, para el doble de levadura, necesitamos el doble de todos los ingredientes.

Peso de la harina en kg	5	x
Peso de la levadura en kg	0,035	0,5

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{5}{0,035} = \frac{x}{0,5} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 0,5}{0,035} = 71,429 \text{ kg} \rightarrow 71,429 \text{ kg de harina.}$

Peso del agua en kg	3,25	x
Peso de la levadura en kg	0,035	0,5

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{3,25}{0,035} = \frac{x}{0,5} \rightarrow x = \frac{3,25 \cdot 0,5}{0,035} = 46,429 \text{ kg} \rightarrow 46,429 \text{ litros de agua.}$

Peso de la sal en kg	0,1	x
Peso de la levadura en kg	0,035	0,5

Por ser una proporción directa, se cumple: $\frac{0,1}{0,035} = \frac{x}{0,5} \rightarrow x = \frac{0,1 \cdot 0,5}{0,035} = 1,429 \text{ kg} \rightarrow 1,429 \text{ kg de sal.}$

Ejercicio 17

Completa los números que faltan:

– El 50% de 48 = 24

$$50\% \text{ de } 48 = \frac{50}{100} \text{ de } 48 = \frac{50}{100} \cdot 48 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{50 \cdot 48}{100} = 24 \\ 0,5 \cdot 48 = 24 \end{array} \right.$$

– El 25% de 48 = 12

$$25\% \text{ de } 48 = \frac{25}{100} \text{ de } 48 = \frac{25}{100} \cdot 48 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{25 \cdot 48}{100} = 12 \\ 0,25 \cdot 48 = 12 \end{array} \right.$$

– El 150% de 48 = 72

$$150\% \text{ de } 48 = \frac{150}{100} \text{ de } 48 = \frac{150}{100} \cdot 48 = \begin{cases} \frac{150 \cdot 48}{100} = 72 \\ 1,5 \cdot 48 = 72 \end{cases}$$

– El 50% de 80 = 40

$$50\% \text{ de } x = 40 \rightarrow \frac{50}{100} \cdot x = 40 \rightarrow \begin{cases} x = 40 : \frac{50}{100} = \frac{40 \cdot 100}{50} = 80 \\ x = 40 : 0,5 = 80 \end{cases}$$

– El 10% de 400 = 40

$$10\% \text{ de } x = 40 \rightarrow \frac{10}{100} \cdot x = 40 \rightarrow \begin{cases} x = 40 : \frac{10}{100} = \frac{40 \cdot 100}{10} = 400 \\ x = 40 : 0,1 = 400 \end{cases}$$

Ejercicio 18

Completa la siguiente tabla:

Porcentaje	Fracción irreducible	Decimal
75%	$\frac{3}{4}$	0,75
80%	$\frac{4}{5}$	0,8
20%	$\frac{1}{5}$	0,2
25%	$\frac{1}{4}$	0,25
60%	$\frac{3}{5}$	0,6

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75 ; \quad 0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\% ; \quad \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0,2 = 20\% ; \quad 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 25\% ; \quad 60\% = \frac{60}{100} = 0,6 = \frac{3}{5}$$

Ejercicio 19

Las chicas que hay en un campamento de verano son el 48 % del total de los participantes.

- ¿Cuál es el porcentaje de chicos en el campamento?
- Si el número total de participantes es 175, ¿cuántos chicos hay en el campamento?

Solución:

El total de participantes es el 100%. Si las chicas son el 48% $\rightarrow$ los chicos serán el resto: $100\% - 48\% = 52\%$

$$\text{El número de chicos será el } 52\% \text{ de } 175 = \frac{52}{100} \cdot 175 = \begin{cases} \frac{52 \cdot 175}{100} = 91 \\ 0,52 \cdot 175 = 91 \end{cases} \quad \text{también lo puedo escribir así}$$

En el campamento hay 91 chicos.

Ejercicio 20

En unas zapatillas que tenían un precio de 64 euros, me han hecho un descuento del 15 %, ¿cuánto he pagado por ellas?

Solución:

$$\text{El descuento ha sido el 15\% de } 64 = \frac{15}{100} \cdot 64 = \begin{cases} \frac{15 \cdot 64}{100} = 9,60 \text{ euros} \\ 0,15 \cdot 64 = 9,60 \text{ euros} \end{cases} \quad \text{también lo puedo escribir así}$$

Por las zapatillas, hemos pagado $64 - 9,60 = 54,40$ euros.

Podíamos haberlo pensado de esta forma: Si nos hacen un descuento del 15% $\rightarrow$ estamos pagando el $100\% - 15\% = 85\%$

$$\text{Entonces, hemos pagado el 85\% de } 64 = \frac{85}{100} \cdot 64 = \begin{cases} \frac{85 \cdot 64}{100} = 54,40 \text{ euros} \\ 0,85 \cdot 64 = 54,40 \text{ euros} \end{cases}$$

Ejercicio 21

El último examen de matemáticas lo aprobaron 19 de los 25 alumnos de una clase. ¿Qué porcentaje de esa clase ha aprobado el examen?

Solución:

Han aprobado 19 de los 25 alumnos $\rightarrow$ el porcentaje será el número de alumnos que habrían aprobado si en clase hubiese 100.

Los porcentajes son una proporción directa y lo usaremos para hacer el cálculo:

$$1^{\text{a}} \text{ opción: } \frac{19}{25} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{19 \cdot 100}{25} = 76 \rightarrow \text{han aprobado el examen el 76\% de los alumnos.}$$

$$2^{\text{a}} \text{ opción: } \frac{19}{25} = 0,76 \xrightarrow{\text{expresado en porcentaje}} \frac{76}{100} = 76\% \text{ de aprobados.}$$

3ª opción: Utilizando una tabla

Número de alumnos	25	19
Porcentaje	100	x

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual:

$$\frac{25}{100} = \frac{19}{x} \rightarrow x = \frac{19 \cdot 100}{25} = 76 \rightarrow \text{el porcentaje de aprobados es el 76\%}$$

Ejercicio 22

En una empresa de 450 trabajadores, hay 279 mujeres, ¿cuál es el porcentaje de hombres en la empresa?

Solución:

Hay 279 mujeres entre los 450 trabajadores → el porcentaje de mujeres en la empresa será:

$$\frac{279}{450} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{279 \cdot 100}{450} = 62 \rightarrow \text{hay un } 62\% \text{ de mujeres en esa empresa.}$$

El porcentaje de hombres será $100\% - 62\% = 38\%$ hay un 38% de hombres en la empresa.

Ejercicio 23

Hasta ayer, un saco de pienso para perros costaba 24 euros. Hoy su precio es de 24,90 euros. ¿En qué porcentaje se ha incrementado el precio?

Solución:

Costaba 24 euros $\xrightarrow{\text{ha subido } 0,90 \text{ euros}}$ ahora cuesta 24,90 euros

Ha subido 0,90 euros con respecto a los 24 euros que costaba. ¿Qué porcentaje, de los 24 euros, representan esos 0,90 euros?

$$\frac{0,90}{24} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{0,90 \cdot 100}{24} = 3,75 \rightarrow \text{el saco de pienso ha subido un } 3,75\%.$$

También podemos verlo así: $\overset{\text{precio antiguo}}{24 \text{ euros}} \xrightarrow{\text{después de la subida}} \overset{\text{precio nuevo}}{24,90 \text{ euros}} \rightarrow \frac{24,90}{24} = 1,0375 = 103,75\%$

El nuevo precio es un 103,75% del precio antiguo → ha subido lo que se pasa del 100%, es decir, ha subido el 3,75%.

Si utilizamos una tabla:

Precio, en euros	24	24,90
Porcentaje	100	x

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual:

$$\frac{24}{100} = \frac{24,90}{x} \rightarrow x = \frac{24,90 \cdot 100}{24} = 103,75 \rightarrow \text{el porcentaje de subida es el } 3,75\%$$

Ejercicio 24

He pagado 40 euros por unos pantalones que estaban rebajados un 20 %. ¿Cuánto dinero he ahorrado con la rebaja?

Solución:

Costaba x euros $\xrightarrow{\text{me hacen un descuento del } 20\%}$ ahora ha costado 40 euros

esto era el 100% del precio

esto es el $100\% - 20\% = 80\%$ del precio

Estamos pagando un 80% de lo que costaba. ¿Cuál era el precio original?

$$80\% \text{ de } x = 40 \rightarrow \frac{80}{100} \cdot x = 40 \rightarrow 0,8 \cdot x = 40 \rightarrow x = 40 : 0,8 = 50 \text{ los pantalones costaban 50 euros}$$

He ahorrado 10 euros en la compra.

También podemos verlo así: 40 euros es el 80% del precio original, ¿cuánto es el 20%?

Precio, en euros	40	x
Porcentaje	80	20

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual:

$$\frac{40}{80} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \frac{40 \cdot 20}{80} = 10 \rightarrow \text{el 20\% del precio es 10 euros, eso es el descuento} \rightarrow \text{he ahorrado 10 euros}$$

Ejercicio 25

Tres amigos se asocian para montar un pequeño negocio. Alberto participa con 7.000 euros, Carlos pone 10.000 euros y Daniel aporta 8.000 euros. ¿Qué porcentaje del negocio tiene cada uno de los socios? Si después de un año de trabajo, se deben repartir 52.000 euros de beneficios, ¿cuánto le toca a cada uno?

Solución:

Para montar el negocio han puesto $7.000 + 10.000 + 8.000 = 25.000$ euros en total. Si uno hubiese puesto todo, tendría el 100% del negocio.

$$\text{Alberto ha puesto 7.000 de los 25.000} \rightarrow \frac{7000}{25000} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{7000 \cdot 100}{25000} = 28 \rightarrow \text{Alberto tiene un 28\% del negocio.}$$

$$\text{Carlos ha puesto 10.000 de los 25.000} \rightarrow \frac{10000}{25000} = \frac{10}{25} = \frac{40}{100} = 40\% \rightarrow \text{a Carlos le corresponde un 40\% del negocio.}$$

$$\text{Daniel ha puesto 8.000 de los 25.000} \rightarrow \frac{8000}{25000} = \frac{8}{25} = 0,32 = 32\% \rightarrow \text{a Daniel le corresponde un 32\% del negocio.}$$

Si tienen que repartir beneficios, cada uno se llevará la parte proporcional al porcentaje de negocio que tienen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Alberto : } 28\% \text{ de } 52000 = 0,28 \cdot 52000 = 14.560 \text{ euros} \\ \text{Carlos : } 40\% \text{ de } 52000 = 0,4 \cdot 52000 = 20.800 \text{ euros} \\ \text{Daniel : } 32\% \text{ de } 52000 = 0,32 \cdot 52000 = 16.640 \text{ euros} \end{array} \right.$$

Ejercicio 26

Para hacer la masa del pan se utilizan las siguientes cantidades:

harina	agua	sal	levadura
5 kg.	3,25 kg (litros)	100 g.	35 g.

¿Qué porcentaje de agua lleva esa masa?

Solución:

$$\text{Veamos que parte de toda la masa es agua: } \left\{ \begin{array}{l} \text{En total, la masa pesa : } 5 + 3,25 + 0,1 + 0,035 = 8,385 \text{ kg} \\ \text{El agua pesa 3,25 kg} \end{array} \right.$$

El agua representa 3,25 kg de los 8,385 kg totales $\rightarrow \frac{3,25}{8,385} \approx 0,3876 = 38,76\% \rightarrow$ el agua es un 38,76% de la masa.

Si lo escribimos como una proporción: $\frac{3,25}{8,385} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{3,25 \cdot 100}{8,385} \approx 38,76 \rightarrow$ el agua es un 38,76% de la masa.

Ejercicio 27

Completa las tablas de valores proporcionales e indica que tipo de proporción es en cada caso:

Magnitud A	9	12	21	15	18	6	27	24
Magnitud B	12	16	28	20	24	8	36	32

Nos fijamos en que $\frac{12}{16} = \frac{21}{28}$ porque $12 \cdot 28 = 16 \cdot 21 \rightarrow$ son fracciones equivalentes $\rightarrow$ es una proporción directa.

Tienen como fracción irreducible a $\frac{3}{4}$; $\frac{12}{16} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$

Para encontrar los valores que faltan, buscamos que las fracciones sean equivalentes a $\frac{3}{4}$

$\frac{9}{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x=12$; $\frac{15}{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x=20$; $\frac{18}{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x=24$; $\frac{x}{8} = \frac{3}{4} \rightarrow x=6$; $\frac{x}{36} = \frac{3}{4} \rightarrow x=27$; $\frac{24}{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x=32$

Magnitud C	12	10	3	20	4	1	90	30
Magnitud D	15	18	60	9	45	180	2	6

Vemos que $12 \cdot 15 = 3 \cdot 60 = 180 \rightarrow$ las magnitudes son inversamente proporcionales.

El producto de valores correspondientes debe dar 180, así tenemos que:

$10 \cdot x = 180 \rightarrow x=18$; $20 \cdot x = 180 \rightarrow x=9$; $4 \cdot x = 180 \rightarrow x=45$; $1 \cdot x = 180 \rightarrow x=180$;

$x \cdot 2 = 180 \rightarrow x=90$; $x \cdot 6 = 180 \rightarrow x=30$

Ejercicio 28

Completa la siguiente tabla:

Porcentaje	35 %	55%	90 %	200 %	120 %	4%	62,5 %	76 %
Fracción irreducible	$\frac{7}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{9}{10}$	2	$\frac{6}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{19}{25}$
Decimal	0,35	0,55	0,9	2	1,2	0,04	0,625	0,76

$$\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35 = 35\% \quad ; \quad 55\% = 0,55 = \frac{55}{100} = \frac{11}{20} \quad ; \quad 0,9 = \frac{9}{10} = \frac{90}{100} = 90\% \quad ; \quad 2 = \frac{2}{1} = \frac{200}{100} = 200\%$$

$$\frac{6}{5} = 1,2 = \frac{120}{100} = 120\% \quad ; \quad 4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 0,04 \quad ; \quad \frac{5}{8} = 0,625 = \frac{62,5}{100} = 62,5\% \quad ; \quad 0,76 = \frac{76}{100} = \frac{19}{25} = 76\%$$

Ejercicio 29

- a) Cuánto costará ahora un vuelo a Londres que la semana pasada costaba 125 €, si desde entonces ha subido un 8%.

Solución:

Si ha subido un 8%, calculamos el 8% del precio inicial y después se lo añadimos a ese precio.

$$8\% \text{ de } 125 = \frac{8}{100} \cdot 125 = \frac{8 \cdot 125}{100} = 10 \text{ euros ha subido} \rightarrow \text{el nuevo precio será } 125 + 10 = 135 \text{ euros}$$

También lo puedo ver así:

Como ha subido un 8%, ahora estamos pagando el $100\% + 8\% = 108\%$ del precio inicial

El nuevo precio será el 108% de 125 = $1,08 \cdot 125 = 135$ euros.

- b) En Navidad, el precio del cordero subió un 8 % y pasó a costar 16,20 €/kg. ¿Cuánto costaba antes de la subida?

Solución:

Ha subido un 8%, pero como no conocemos el precio inicial, no podemos calcular el 8% de ese precio inicial.

Tampoco podemos calcular el 8% de 16,20 y luego restarlo a 16,20 porque el 8% de subida no se calcula sobre el precio final, se hace sobre el precio inicial y no es lo mismo el 8% de 16,20 que el 8% de otra cantidad.

Como ha subido un 8%, ahora estamos pagando el $100\% + 8\% = 108\%$ del precio inicial, como no lo conocemos, lo llamamos $x \rightarrow 108\% \text{ de } x = 16,20 \rightarrow 1,08 \cdot x = 16,20 \rightarrow x = 16,20 : 1,08 = 15$ euros.

Usando una tabla:

Precio del kg de cordero, en euros	x	16,20
Porcentaje	100	108

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual:

$$\frac{x}{100} = \frac{16,20}{108} \rightarrow x = \frac{16,20 \cdot 100}{108} = 15 \rightarrow \text{el kg de cordero costaba 15 euros antes de la subida}$$

Ejercicio 30

Unos ejercicios de rebajas:

- a) ¿Cuánto pagaré por un abrigo que costaba 125 € si me hacen una rebaja del 40%?

Solución:

Si me descuentan un 40%, calculamos el 40% del precio inicial y después se lo restamos a ese precio.

$$40\% \text{ de } 125 = \frac{40}{100} \cdot 125 = \frac{40 \cdot 125}{100} = 50 \text{ euros ha subido} \rightarrow \text{el nuevo precio será } 125 - 50 = 75 \text{ euros}$$

También lo puedo ver así:

Como el descuento es de un 40%, ahora estamos pagando el $100\% - 40\% = 60\%$ del precio inicial

El nuevo precio será el 60% de $125 = 0,6 \cdot 125 = 75$ euros.

- b) Una camisa que marcaba un precio de 48 € me ha costado 39 €. ¿Qué porcentaje de descuento me han aplicado?

Solución:

Costaba 48 € $\xrightarrow{\text{me descuentan 9€}}$ Pago 39 €

Me han descontado 9 euros de los 48 que costaba, ¿cuánto me hubieran descontado si costase 100 euros?

$$\frac{9}{48} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{9 \cdot 48}{100} = 18,75 \rightarrow \text{el descuento ha sido del } 18,75\%$$

$$\text{También podría ver qué porcentaje estoy pagando: } \frac{39}{48} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{39 \cdot 100}{48} = 81,25$$

si estoy pagando el 81,25% del precio $\rightarrow$ me han descontado $100\% - 81,25\% = 18,75\%$

Usando una tabla, como en ejercicios anteriores, obtendría el mismo resultado.

Ejercicio 31

En un corral hay gallinas y ocas. Las gallinas representan el 80 % de los animales del corral y hay 9 ocas. ¿Cuántas gallinas hay?

Solución:

Si en el corral hay gallinas y ocas, y las gallinas son el 80% de los animales, las ocas serán el resto hasta el 100%.

Las ocas son $100\% - 80\% = 20\%$ de los animales, como sabemos que hay 9 ocas $\rightarrow 20\%$ de los animales = 9

$$20\% \text{ de } x = 9 \rightarrow \frac{20}{100} \cdot x = 9 \rightarrow 0,2 \cdot x = 9 \rightarrow x = 9 : 0,2 = 45 \rightarrow \text{hay 45 animales en el corral} \begin{cases} 9 \text{ ocas} \\ 45 - 9 = 36 \text{ gallinas} \end{cases}$$

Por otro lado, vemos que se cumple 80% de $45 = 36$

También podemos resolverlo usando una tabla:

Número de animales	x	9
Porcentaje	80	20

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual :

$$\frac{x}{80} = \frac{9}{20} \rightarrow x = \frac{80 \cdot 9}{20} = 36 \rightarrow \text{hay 36 gallinas en el corral}$$

Ejercicio 32

- a) Por kilo y cuarto de lomo ibérico he pagado 30 euros. ¿A Cuánto está el kilo? ¿Cuánto me costará un lomo de dos kilos y 350 gramos?

Solución:

El precio de un lomo y el peso del mismo son magnitudes directamente proporcionales.

Si conocemos el precio y el peso de un lomo, podemos conocer el precio o el peso de otro, teniendo uno de los datos.

$$1 \text{ kg y cuarto} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ kg. Usando una tabla:}$$

Precio, en euros	30	x
Peso, en kg	1,25	1

Como es una proporción directa, el cociente de los valores correspondientes debe ser igual :

$$\frac{30}{1,25} = \frac{x}{1} \rightarrow x = \frac{30}{1,25} = 24 \rightarrow \text{el kg de lomo está a 24 euros} \rightarrow 24 \text{ €/kg}$$

Ahora, 2 kg y 350 gramos del mismo lomo costarán $2,350 \cdot 24 = 56,40$ euros

$$\text{o así: } \frac{30}{1,25} = \frac{x}{2,35} \rightarrow x = \frac{2,35 \cdot 30}{1,25} = 56,40 \text{ euros}$$

- b) Necesitamos 600 botellas de $\frac{1}{5}$ de litro para envasar el contenido de un depósito de refresco.
¿Cuántas botellas serían necesarias para envasarlo en un tamaño de 50 cl?

Solución:

El número de botellas necesarias y la capacidad de las mismas son magnitudes inversamente proporcionales.

$$\frac{1}{5} \text{ de litro} = 0,2 \text{ litros} ; 50 \text{ cl} = 0,5 \text{ litros}$$

Usando una tabla :

Número de botellas	600	x
Capacidad de cada botella, en litros	0,2	0,5

Como es una proporción inversa, el producto de los valores correspondientes debe ser igual :

$$x \cdot 0,5 = 600 \cdot 0,2 \rightarrow x \cdot 0,5 = 120 \rightarrow x = \frac{120}{0,5} = 240 \rightarrow \text{se necesitarían 240 botellas}$$

$600 \cdot 0,2 = 120$ litros de refresco contiene el depósito.

Ejercicio 33

El número de alumnos de un instituto ha crecido, este año, un 10 % con respecto al curso pasado. Si ahora hay 682 alumnos, ¿cuántos había el curso anterior?

Solución:

Ha crecido un 10%, pero como no conocemos el número de alumnos inicial, no podemos calcular el 10% de ese número. Tampoco podemos calcular el 10% de 682 y luego restarlo a 682 porque el 10% se calculó sobre los alumnos que había el curso anterior.

Como ha crecido un 10%, este curso hay un $100\% + 10\% = 110\%$ de los alumnos que había el curso pasado.

llamamos x al número de alumnos del curso pasado $\rightarrow 110\%$ de $x = 682 \rightarrow \frac{110}{100} \cdot x = 682 \rightarrow 1,1 \cdot x = 682$

$x = 682 : 1,1 = 620$ alumnos había el curso pasado.

Si usamos una tabla:

Número de alumnos	x	682
Porcentaje	100	110

$$\frac{x}{100} = \frac{682}{110} \rightarrow x = \frac{682 \cdot 100}{110} = 620 \rightarrow \text{el curso pasado había 620 alumnos}$$

Ejercicio 34

a) ¿Qué porcentaje de 75 es 42?

Solución:

Veamos que parte 75 representa 42 $\rightarrow \frac{42}{75} = 0,56 = 56\% \rightarrow 42$ es un 56% de 75.

Si lo escribimos como una proporción: $\frac{42}{75} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{42 \cdot 100}{75} = 56 \rightarrow 42$ es un 56% de 75

O usando una tabla:

Número	75	42
Porcentaje	100	x

$$\frac{75}{100} = \frac{42}{x} \rightarrow x = \frac{42 \cdot 100}{75} = 56 \rightarrow 42 \text{ es un } 56\% \text{ de } 75$$

b) El 45% de un número es 72. ¿De qué número estamos hablando?

Solución:

Llamamos x al número que no conocemos. 45% de $x = 72 \rightarrow \frac{45}{100} \cdot x = 72 \rightarrow 0,45 \cdot x = 72 \rightarrow x = 72 : 0,45 = 160$.

O usando una tabla:

Número	72	x
Porcentaje	45	100

$$\frac{72}{45} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{72 \cdot 100}{45} = 160 \rightarrow \text{el número pedido es el 160}$$

Ejercicio 35

Completa los números que faltan:

– El 125% de 48 = 60 $\rightarrow \left[\frac{125}{100} \cdot 48 = 1,25 \cdot 48 = 60 \right]$

– El 35% de 260 = 91 $\rightarrow \left[\frac{35}{100} \cdot x = 91 \rightarrow 0,35 \cdot x = 91 \rightarrow x = \frac{91}{0,35} = 260 \right]$

– El 40 % de 130 = 52 $\rightarrow \left[\frac{52}{130} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{52 \cdot 100}{130} = 40 \right]$

Ejercicio 36

Si el importe de la factura de una reforma, con IVA (21%) incluido, es de 4235 €. ¿Qué cantidad corresponde a la reforma y cuánto estamos pagando de Impuestos (IVA)?

Solución:

La factura lleva el 21% de IVA añadido. El IVA (impuesto sobre el valor añadido) es un impuesto que se añade al 100% del valor del producto, o servicio, que adquiramos.

Esto quiere decir que no pagamos el 100% del valor de la reforma, pagamos el 100% + 21% = 121% de ese valor.

Si llamamos x al valor de la reforma, en la factura aparece el 121% de x.

$$121\% \text{ de } x = 4235 \rightarrow \frac{121}{100} \cdot x = 4235 \rightarrow 1,21 \cdot x = 4235 \rightarrow x = 4235 : 1,21 = 3.500 \text{ euros costaba la reforma sin IVA.}$$

$$\text{La parte correspondiente al IVA será } \begin{cases} 21\% \text{ de } 3500 = 0,21 \cdot 3500 = 735 \text{ euros es el IVA.} \\ o \\ 4235 - 3500 = 735 \text{ euros} \end{cases}$$

Si usamos una tabla:

Importe en euros	4.235	x	y
Porcentaje	121	100	21

$$\frac{x}{100} = \frac{4235}{121} \rightarrow x = \frac{4235 \cdot 100}{121} = 3500 \rightarrow \text{el precio de la reforma, sin IVA, es 3.500 euros.}$$

$$\frac{y}{21} = \frac{4235}{121} \rightarrow y = \frac{4235 \cdot 21}{121} = 735 \rightarrow \text{los impuestos de la reforma, IVA, son 735 euros.}$$

Ejercicio 37

Una pequeña empresa decide repartir una prima de 1650 euros entre sus cuatro trabajadores, de forma directamente proporcional al número de hijos que tiene cada uno.

Sabiendo que un trabajador tiene 4 hijos, otro, 3 hijos y, los dos últimos, 2 hijos cada uno, ¿cómo hay que repartir la prima?

Solución:

El reparto debe ser directamente proporcional al número de hijos que tiene cada uno.

Entre los cuatro trabajadores tienen $4+3+2+2=11$ hijos

Los 1.650 euros corresponden al total de los hijos $\rightarrow \frac{1650}{11}=150$ euros por hijo.

Al trabajador que tiene 4 hijos $\rightarrow$ le corresponden $4 \cdot 150 = 600$ euros.

Al trabajador que tiene 3 hijos $\rightarrow$ le corresponden $3 \cdot 150 = 450$ euros.

A los trabajadores que tienen 2 hijos $\rightarrow$ les corresponden $2 \cdot 150 = 300$ euros.

También lo podríamos escribir como proporción $\rightarrow \frac{1650}{11} = \frac{x}{4} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 1650}{11} = 600$ euros para el de 4 hijos, y así con todos.

Ejercicio 38

En cierto pueblo, las personas menores de 25 años representan el 30% de la población. Entre 25 y 65 años hay 2835 personas y los mayores de 65 años son el 28% de los habitantes del pueblo. ¿Cuántas personas menores de 25 años hay en ese pueblo?

Solución:

Las personas menores de 25 años son el 30% de la población
Las personas mayores de 65 años son el 28% de la población $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Las personas menores de 25 años son el 30\% de la población} \\ \text{Las personas mayores de 65 años son el 28\% de la población} \end{array}} \right\}$ *Entre todos ellos suman un 58% de la población.*

El resto, que son las personas con edades entre los 25 y los 65 años, representarán el $100\% - 58\% = 42\%$ de la población.

Como sabemos que éstos últimos son 2835, si llamamos x al número total de habitantes del pueblo, tendremos:

$$42\% \text{ de } x = 2835 \rightarrow \frac{42}{100} \cdot x = 2835 \rightarrow 0,42 \cdot x = 2835 \rightarrow x = \frac{2835}{0,42} = 6750$$

El pueblo tiene 6.750 habitantes y los menores de 25 años son el 30% de $6750 = \frac{30}{100} \cdot 6750 = 2025$

Si usamos una tabla:

habitantes	2835	x
porcentaje	42	30

$$\frac{2835}{42} = \frac{x}{30} \rightarrow x = \frac{2835 \cdot 30}{42} = 2025 \rightarrow \text{Hay 2025 personas menores de 25 años.}$$

Ejercicio 39

Según los criterios de calificación del departamento de Matemáticas del instituto, la media de los exámenes representa el 70% de la nota de un alumno y 30% restante se obtiene con el trabajo de clase y de casa.

Un alumno ha realizado tres exámenes, obteniendo las siguientes puntuaciones: 5, 7 y 7,5. Por el trabajo realizado, se le ha asignado una puntuación de 8. Aplicando los criterios de calificación, ¿qué nota le correspondería? Ten en cuenta que la nota debe ser un número entero.

Solución:

Las notas de los exámenes de ese alumno han sido: 5, 7 y 7,5 → la media es $\frac{5+7+7,5}{3} = 6,5$.

La nota asignada por el trabajo de clase y de casa es 8.

Según los criterios de calificación $\begin{cases} \text{exámenes } 70\% \\ \text{trabajo } 30\% \end{cases} \xrightarrow{\text{la nota final será}} 70\% \text{ de } 6,5 + 30\% \text{ de } 8 = 0,7 \cdot 6,5 + 0,3 \cdot 8 = 6,95 \text{ puntos}$

Como la nota debe ser un número entero, aproximamos al entero más cercano → $6,95 \approx 7$

La nota que le correspondería es 7.

Ejercicio 40

Un euro equivale aproximadamente a 1,08 dólares.

- ¿A cuántos euros equivale un dólar?

Solución:

Número de euros y número de dólares equivalentes son magnitudes directamente proporcionales → si dividimos una entre la otra, siempre da el mismo resultado.

Por ejemplo: $\frac{x \text{ euros}}{1 \text{ dólar}} = \frac{1 \text{ euro}}{1,08 \text{ dólares}} \rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{1,08} \rightarrow x = \frac{1}{1,08} \approx 0,93 \text{ euros} \rightarrow \text{un dólar equivale a } 0,93 \text{ euros.}$

- Si en un restaurante le permiten pagar en dólares, ¿cuántos debe abonar un turista americano por un menú que cuesta 35 €?

Solución:

Un euro equivale a 1,08 dólares → $35 \text{ euros} = 35 \cdot 1,08 = 37,80 \text{ dólares} \rightarrow \text{deberá pagar } 37,80 \text{ dólares.}$

Ejercicio 41

Responde a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué número obtenemos cuando aumentamos un 30% a 120?

$$30\% \text{ de } 120 = \frac{30}{100} \cdot 120 = 36 \xrightarrow{\text{ahora, aumentamos } 36 \text{ a } 120} 120 + 36 = 156$$

$$\text{Así también: } 100\% + 30\% = 130\% \rightarrow 130\% \text{ de } 120 = \frac{130}{100} \cdot 120 = 1,3 \cdot 120 = 156$$

- ¿En qué porcentaje hay que aumentar a 80 para obtener 110?

$$110 - 80 = 30 \rightarrow \text{hay que aumentarlo 30 unidades} \xrightarrow{\text{en porcentaje}} \frac{30}{80} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 100}{80} = 37,5\%$$

$$\text{Así también: } \frac{110}{80} = 1,375 = 137,5\% \rightarrow 137,5\% - 100\% = 37,5\% \text{ hay que aumentarlo}$$

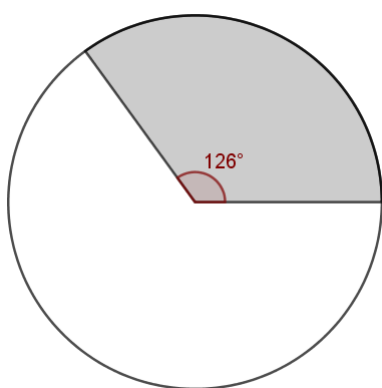
- ¿Qué número aumentado un 25% nos da 80?

$$100\% + 25\% = 125\% \rightarrow 125\% \text{ de } x = 80 \rightarrow 1,25 \cdot x = 80 \rightarrow x = \frac{80}{1,25} = 64$$

$$\text{Lo comprobamos, si aumentamos un 25\% a 64} \rightarrow 25\% \text{ de } 64 = 16 \rightarrow 64 + 16 = 80$$

Ejercicio 42

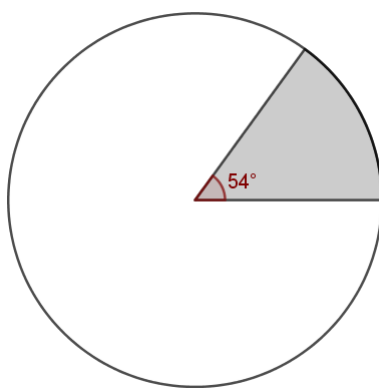
Determina el porcentaje de círculo sombreado en cada una de las siguientes figuras:



Están sombreados 126° de los 360° totales

$$\frac{126}{360} = 0,35 = 35\%$$

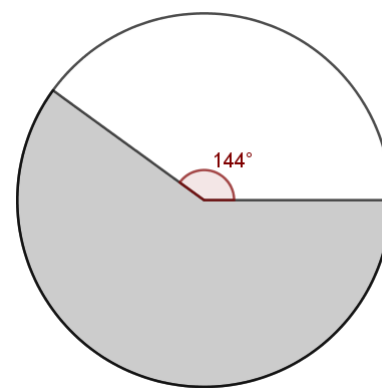
Está sombreado un 35% del círculo



Están sombreados 54° de los 360° totales

$$\frac{54}{360} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{54 \cdot 100}{360} = 15$$

Está sombreado un 15% del círculo



No están sombreados 144° de los 360° totales

$$\frac{144}{360} = 0,4 = 40\%$$

Está sombreado el 60% del círculo

Ejercicio 43

En una granja hay cerdos, ovejas, gallinas y gansos. Las ovejas son el 50% de los animales de la granja, hay 6 cerdos, 21 gansos y las gallinas representan un 32% del total.

- ¿Cuántos animales hay en la granja?

$$\text{Ovejas} + \text{gallinas} = 50\% + 32\% = 82\% \text{ de los animales} \rightarrow \text{el resto serán el } 100\% - 82\% = 18\%$$

$$\text{Gansos} + \text{cerdos} = 21 + 6 = 27 \rightarrow 27 \text{ animales son el } 18\% \text{ del total} \rightarrow 18\% \text{ de } x = 27 \rightarrow 0,18 \cdot x = 27 \rightarrow x = \frac{27}{0,18} = 150$$

$$\text{O así: } \frac{18}{100} = \frac{27}{x} \rightarrow x = \frac{27 \cdot 100}{18} = 150 \rightarrow 150 \text{ animales hay en la granja.}$$

- ¿Qué porcentaje de las aves son gallinas?

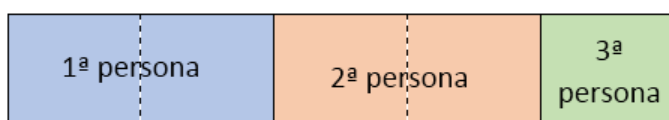
Las gallinas son el 32% de los animales = 32% de 150 = $0,32 \cdot 150 = 48$ → hay 48 gallinas.

Gansos + gallinas = $21 + 48 = 69$ → hay 48 gallinas de las 69 aves → $\frac{48}{69} \approx 0,696 = 69,6\%$, las gallinas son el 69,6% de las aves.

Ejercicio 44

Tres personas deben repartirse una herencia de forma que la tercera se lleve la mitad que cada una de las dos primeras. ¿Qué porcentaje de la herencia corresponde a cada persona?

Solución:



Debemos hacer cinco partes la herencia →

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{La primera se lleva } \frac{2}{5} \text{ del total} \rightarrow \frac{2}{5} = 0,4 = 40\% \\ \text{La segunda se lleva } \frac{2}{5} \text{ del total} \rightarrow \frac{2}{5} = 0,4 = 40\% \\ \text{La tercera se lleva } \frac{1}{5} \text{ del total} \rightarrow \frac{1}{5} = 0,2 = 20\% \end{array} \right.$$

Ejercicio 45

Por un reloj que costaba 250 €, he pagado 205 €. ¿Qué descuento me han hecho en porcentaje?

Solución:

He pagado 205 euros de los 250 que costaba → $\frac{205}{250} = 0,82 = 82\%$ del precio → el descuento ha sido $100\% - 82\% = 18\%$

También así:

Me han descontado $250 - 205 = 45$ euros → en porcentaje: $\frac{45}{250} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 100}{250} = 18\%$ de descuento

Ejercicio 46

400 gramos de queso me han costado 5 €.

- ¿A cómo está el kilo de ese queso?

Solución:

El peso del queso y el precio que pagamos son magnitudes directamente proporcionales → si dividimos una entre la otra, siempre da el mismo resultado.

Por ejemplo: $\frac{x \text{ euros}}{1000 \text{ gramos}} = \frac{5 \text{ euros}}{400 \text{ gramos}} \rightarrow \frac{x}{1000} = \frac{5}{400} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 1000}{400} = 12,50 \text{ euros} \rightarrow \text{el queso está a } 12,50 \text{ €/kg.}$

Directamente, si dividimos los euros que pagamos entre los kilos que compramos, obtenemos el precio de un kilo:

$$\frac{5}{0,4} = 12,50 \text{ €/kg}$$

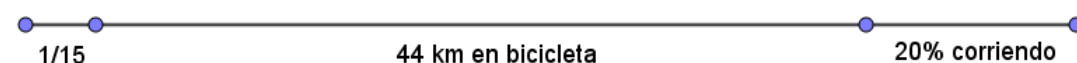
- ¿Qué cantidad de queso puedo comprar con 1€?

$$\frac{1 \text{ euro}}{x \text{ kg}} = \frac{12,50 \text{ euros}}{1 \text{ kg}} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{12,50}{1} \rightarrow x = \frac{1}{12,50} = 0,08 \text{ kg} \rightarrow \text{con 1 euro compramos 80 gramos de queso.}$$

Ejercicio 47

A Pedro le gusta competir en triatlón y el fin de semana estuvo entrenando. Primero hizo un quinceavo del circuito nadando. Después recorrió 44 km en bicicleta, y aún le quedó el 20% del circuito para hacerlo corriendo. ¿Cuántos km tenía el circuito que eligió Pedro?

Solución:



$$\text{Entre nadar y correr, ha hecho } \frac{1}{15} \text{ del circuito} + 20\% \text{ del circuito} \rightarrow \frac{1}{15} + \frac{20}{100} = \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{15} + \frac{3}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{15}{15} - \frac{4}{15} = \frac{11}{15} \text{ del circuito los ha hecho en bicicleta} \rightarrow \frac{11}{15} \text{ son } 44 \text{ km} \rightarrow \frac{1}{15} \text{ son } 4 \text{ km} \rightarrow \frac{15}{15} \text{ son } 4 \cdot 15 = 60 \text{ km}$$

El circuito que eligió Pedro tenía 60 km.

Ejercicio 48

- En una fiesta, la mitad de los chicos visten americana. De éstos, un 30% no lleva corbata. ¿Qué porcentaje de los chicos lleva corbata?

Solución:

$$\text{De la mitad de los chicos} \begin{cases} 30\% \text{ no lleva corbata} \\ 70\% \text{ sí lleva corbata} \end{cases}$$

$$\text{La mitad de los chicos es el } 50\% \rightarrow \text{llevan corbata el } 70\% \text{ del } 50\% = 0,7 \cdot 0,5 = 0,35 = 35\% \text{ de los chicos.}$$

- Sabiendo que, en la fiesta, hay 14 chicos con corbata, ¿cuántos chicos hay en la fiesta?

$$\text{Si en la fiesta hay } x \text{ chicos} \rightarrow \text{el } 35\% \text{ de } x = 14 \rightarrow 0,35 \cdot x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{0,35} = 40$$

En la fiesta hay 40 chicos.

- Si las chicas que asisten son un 20% más que los chicos, ¿Cuál es el porcentaje de chicas de la fiesta?

$$\text{Si las chicas son un } 20\% \text{ más que los chicos} \rightarrow \text{las chicas son el } 120\% \text{ de los chicos} = 120\% \text{ de } 40 = 1,2 \cdot 40 = 48$$

$$\text{En la fiesta hay } 40 \text{ chicos y } 48 \text{ chicas} \rightarrow \text{asisten } 88 \text{ personas} \rightarrow \text{el porcentaje de chicas es } \frac{48}{88} = 0,54 \approx 54,55\%.$$

– ¿Cuál es el total de asistentes?

En la fiesta hay 40 chicos y 48 chicas → asisten 88 personas.

Comprobemos los números que nos han salido:

Comprobemos los números que nos han salido:	{	<i>De los 40 chicos, 20 visten americana → el 30% de 20 = 6 no llevan corbata</i>
		<i>El 70% de 20 = 14 llevan corbata</i>
		<i>El 20% de los chicos = 20% de 40 = 8 → hay 8 chicas más que chicos.</i>

Ejercicio 49

De un rollo de cable, hemos sacado 75 trozos de $\frac{4}{5}$ de metro, ¿cuántos trozos habríamos sacado si se hubiesen hecho de $\frac{5}{4}$ de metro?

Solución:

La longitud del rollo de cable es constante.

El número de trozos y la longitud de cada trozo son magnitudes inversamente proporcionales. Si las multiplicamos, nos debe dar la constante de proporcionalidad.

$$x \cdot \frac{5}{4} = 75 \cdot \frac{4}{5} \rightarrow x \cdot \frac{5}{4} = 60 \rightarrow x = 60 : \frac{5}{4} = \frac{4 \cdot 60}{5} = 48, \text{ habríamos sacado 48 trozos de } \frac{5}{4} \text{ de metro.}$$

$$48 \cdot \frac{5}{4} = 75 \cdot \frac{4}{5} = 60 \text{ metros tiene el rollo de cable, es la constante de proporcionalidad.}$$