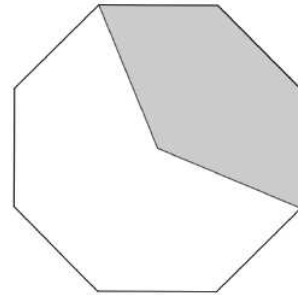
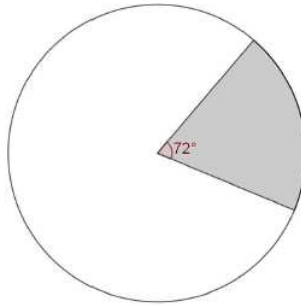
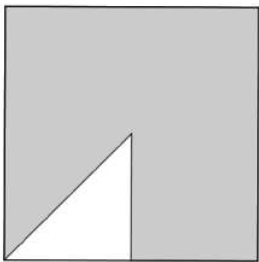
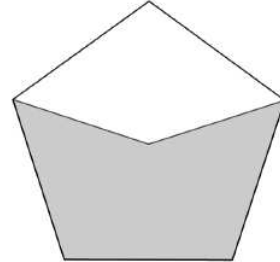
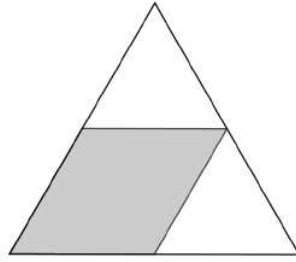
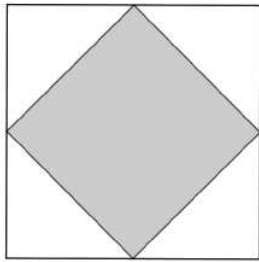


Soluciones. Fracciones y operaciones con fracciones.

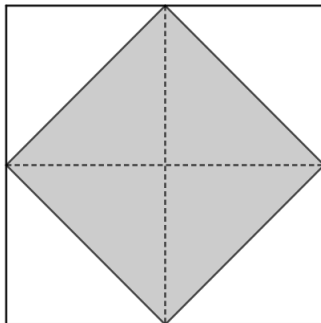
Ejercicio nº 1.-

Calcula la fracción que representa la parte sombreada en cada una de las figuras siguientes:

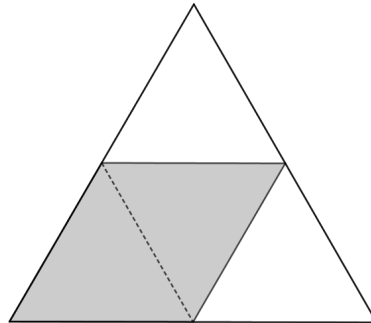


Solución:

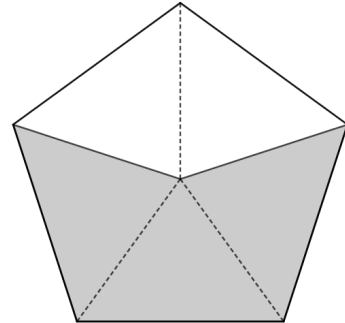
Veamos qué fracción representa la parte sombreada, dividiendo cada figura en partes iguales.



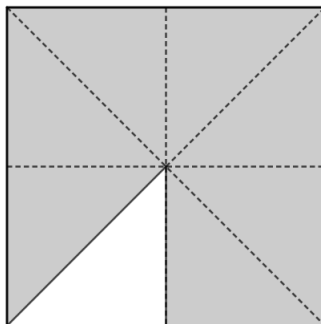
$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



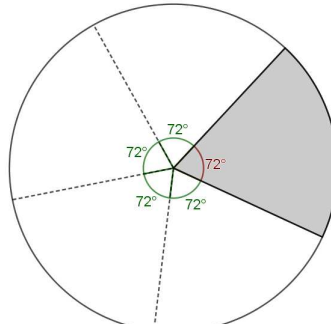
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



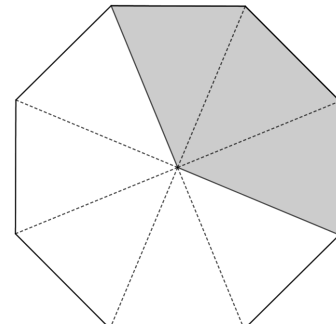
$$\frac{3}{5}$$



$$\frac{7}{8}$$



$$\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$$



$$\frac{3}{8}$$

Ejercicio nº 2.-

Encuentra los números que faltan en los cuadros para que sean ciertas las siguientes igualdades:

$$\frac{7}{5} \text{ de } 30 = \square$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } \square = 18$$

$$\frac{5}{\square} \text{ de } 48 = 40$$

$$\frac{\square}{2} \text{ de } 8 = 12$$

Solución:

$$\frac{7}{5} \text{ de } 30 = \boxed{42}$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } \boxed{24} = 18$$

$$\frac{5}{\boxed{6}} \text{ de } 48 = 40$$

$$\frac{\boxed{3}}{2} \text{ de } 8 = 12$$

$$\frac{7}{5} \cdot 30 = \frac{7 \cdot 30}{5} = 42$$

$$\frac{3}{4} \cdot x = 18 \rightarrow x = 18 : \frac{3}{4} = 24$$

$$\frac{5}{x} \cdot 48 = 40 \rightarrow \frac{5}{x} = \frac{40}{48}$$
$$x = \frac{5 \cdot 48}{40} = 6$$

$$\frac{x}{2} \cdot 8 = 12 \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{12}{8} \rightarrow x = 3$$

Ejercicio nº 3.-

a) Escribe una fracción equivalente a $\frac{9}{15}$ que tenga por numerador 6

$$\frac{9}{15} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 6}{9} \rightarrow x = 10 \rightarrow \frac{9}{15} = \frac{6}{10} ; \text{ otra forma es buscar la fracción irreducible: } \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

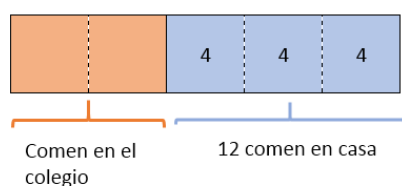
b) Escribe una fracción equivalente a $\frac{20}{8}$ que tenga por denominador 14

$$\frac{20}{8} = \frac{x}{14} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 14}{8} \rightarrow x = 35 \rightarrow \frac{20}{8} = \frac{35}{14} ; \text{ otra forma es buscar la fracción irreducible: } \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = \frac{35}{14}$$

Ejercicio nº 4.-

Las dos quintas partes de los alumnos de un grupo se quedan a comer en el colegio. Si hay doce que van a comer a casa, ¿cuántos alumnos tiene en el grupo?

Solución:



El grupo tiene 20 alumnos

También podemos resolverlo así:

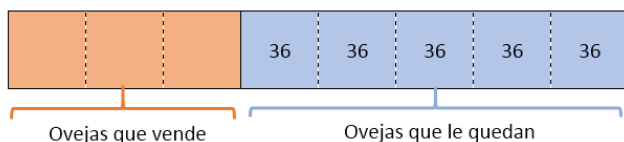
$$\frac{2}{5} \text{ comen en el colegio} \rightarrow \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ comen en casa}$$

$$\frac{3}{5} \text{ son 12 alumnos} \rightarrow \frac{1}{5} \text{ son 4 alumnos} \rightarrow \text{El total de alumnos son } \frac{5}{5} \rightarrow 5 \cdot 4 = 20 \text{ alumnos}$$

Ejercicio nº 5.-

Un ganadero vende $\frac{3}{8}$ de las ovejas que tiene. Si aún le quedan 180 ovejas, ¿cuántas ha vendido?

Solución:



Vende $\frac{3}{8}$ del total de ovejas $\rightarrow$ le quedan $\frac{5}{8}$ que son 180 ovejas $\rightarrow \frac{1}{8}$ de las ovejas son $180 : 5 = 36$ ovejas

Ha vendido $\frac{3}{8}$ que son $3 \cdot 36 = 108$ ovejas

Entonces, aunque no se pregunta, al principio tenía $\frac{8}{8}$ que eran $8 \cdot 36 = 288$ ovejas

Ejercicio nº 6.-

En un bar de mi pueblo se vende el pincho de tortilla a 1 euro y 40 céntimos de euro. Sabiendo que el pincho equivale a $\frac{1}{6}$ de tortilla y que en una mañana han vendido diez tortillas y media, ¿cuánto han recaudado por esos pinchos?

Solución:

De una tortilla salen $\frac{6}{6} \rightarrow 6$ pinchos, y de media tortilla $\frac{3}{6} \rightarrow 3$ pinchos

De 10 tortillas y media han salido $10 \cdot 6 + 3 = 63$; 63 pinchos a 1,40 euros cada uno $\rightarrow 63 \cdot 1,40 = 88,20$ euros

Por los pinchos han recaudado 88,20 euros

Ejercicio nº 7.-

Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones reduciéndolas previamente a común denominador:

$$\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{13}{20}, \frac{3}{5} \text{ y } \frac{11}{15}$$

Solución:

$$\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{13}{20}, \frac{3}{5} \text{ y } \frac{11}{15} \rightarrow \text{mcm de los denominadores } 60$$

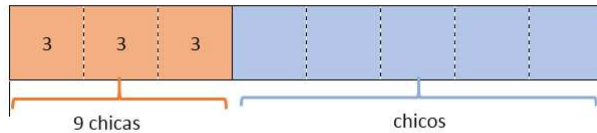
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{40}{60}, \frac{35}{60}, \frac{39}{60}, \frac{36}{60}, \frac{44}{60} \rightarrow \text{ahora, ordenamos } \frac{35}{60} < \frac{36}{60} < \frac{39}{60} < \frac{40}{60} < \frac{44}{60} \rightarrow \frac{7}{12} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20} < \frac{2}{3} < \frac{11}{15}$$

Ejercicio nº 8.-

En una clase hay 9 chicas y los chicos son los $\frac{5}{8}$ del total. ¿Cuántos chicos hay en la clase? Si aprueban el curso $\frac{2}{3}$ de las chicas y $\frac{3}{5}$ de los chicos, ¿qué fracción de la clase suspende?

Solución:



$$\frac{1}{8} \text{ del total son 3 alumnos} \rightarrow \begin{cases} \text{La clase tiene } 8 \cdot 3 = 24 \text{ alumnos} \\ \text{En la clase hay } 5 \cdot 3 = 15 \text{ chicos} \end{cases}$$

$$\text{Aprueban} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} \text{ de las chicas} = \frac{2}{3} \text{ de } 9 = 6 \text{ chicas} \\ \frac{3}{5} \text{ de los chicos} = \frac{3}{5} \text{ de } 15 = 9 \text{ chicos} \end{cases} ; \text{ suspenden} \rightarrow \begin{cases} 3 \text{ chicas y } 6 \text{ chicos} \\ \text{en total } 9 \text{ alumnos} \end{cases} \quad \boxed{\text{fracción de suspensos } \frac{9}{24} = \frac{3}{8}}$$

Ejercicio nº 9.-

$\frac{3}{8}$ de los habitantes de un pueblo tienen menos de 30 años. De éstos, $\frac{3}{5}$ son estudiantes.

- ¿Qué fracción de los habitantes del pueblo es menor de 30 años y no estudia?
- Si hay 594 estudiantes con menos de 30 años, ¿cuántos habitantes tiene el pueblo?

Solución:

$$\frac{3}{8} \text{ del los habitantes tienen menos de 30 años y, de éstos, } \begin{cases} \frac{3}{5} \text{ estudian} \rightarrow \frac{3}{5} \text{ de } \frac{3}{8} \text{ son estudiantes con menos de 30 años} \\ \frac{2}{5} \text{ no estudian.} \rightarrow \frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{8} \text{ tienen menos de 30 años y no estudian} \end{cases}$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} \text{ de los habitantes es menor de 30 años y no estudia.}$$

$$\frac{3}{5} \text{ de } \frac{3}{8} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{40} \text{ de los habitantes son estudiantes menores de 30 años} \rightarrow \frac{9}{40} \text{ son } 594 \rightarrow \frac{1}{40} \text{ son } 594 : 9 = 66 \text{ personas}$$

$$\text{El pueblo tiene } \frac{40}{40} \rightarrow 40 \cdot 66 = 2640 \text{ habitantes}$$

Ejercicio nº 10.-

Un hortelano planta $\frac{1}{4}$ de su huerta de tomates, $\frac{2}{5}$ de pimientos y el resto, que son 280 m², de patatas.

¿Qué fracción ha plantado de patatas? ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

Solución:

Para tomates, ha plantado $\rightarrow \frac{1}{4}$ de la huerta
 Para pimientos, ha plantado $\rightarrow \frac{2}{5}$ de la huerta

entre tomates y pimientos, ha ocupado $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$ de la huerta.

El resto, que son $\frac{20}{20} - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$ es la fracción de la huerta que ha plantado de patatas.

$\frac{7}{20}$ de la huerta son 280 m² $\rightarrow \frac{1}{20}$ de la huerta son $280 : 7 = 40$ m² $\rightarrow$ La huerta tiene $\frac{20}{20}$ que son $20 \cdot 40 = 800$ m².

Ejercicio nº 11.-

Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones y, si es posible, simplifica el resultado:

$$a) 1 - \left(1 - \frac{1}{3}\right) : 2 = 1 - \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) : 2 = 1 - \frac{2}{3} : 2 = 1 - \frac{2}{6} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$b) \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{3} - 1 = \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{12}{12} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$c) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} - 1 = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} - \frac{12}{12} = -\frac{5}{12}$$

$$d) 2 + 1 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = 2 + 1 : \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6}\right) = 2 + 1 : \left(-\frac{1}{6}\right) = 2 - 6 = -4$$

Ejercicio nº 12.-

Tres hermanos se reparten una tableta de chocolate, Juan ha cogido $\frac{2}{5}$ del total, Ángela 200 gramos y para

Rosa ha quedado $\frac{1}{3}$ de la tableta.

- ¿Cuánto pesaba la tableta?
- ¿Cuánto le ha tocado a cada uno?

Solución:

Los tres hermanos se han repartido la totalidad de la tableta.

Juan ha cogido $\frac{2}{5}$ de la tableta
Rosa ha cogido $\frac{1}{3}$ de la tableta

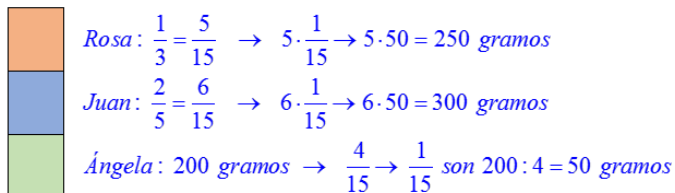
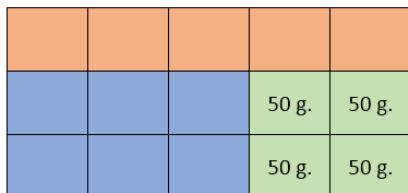
Entre Juan y Rosa se han llevado: $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$, para completar la tableta faltan $\frac{4}{15}$

Ángela ha cogido 200 gramos que se corresponden con los $\frac{4}{15}$ que no han cogido Juan y Rosa

$$\frac{4}{15} \text{ son } 200 \text{ gramos} \Rightarrow \frac{1}{15} \text{ son } 50 \text{ gramos } (200 : 4) \Rightarrow \begin{cases} \text{La tableta completa } \left(\frac{15}{15}\right) \text{ pesaba } 15 \cdot 50 = 750 \text{ gramos} \\ \text{A Juan le tocaron } \frac{6}{15} \rightarrow 6 \cdot 50 = 300 \text{ gramos} \\ \text{A Rosa la tocaron } \frac{5}{15} \rightarrow 5 \cdot 50 = 250 \text{ gramos} \end{cases}$$

También podemos verlo con un dibujo:

Representamos la tableta con un rectángulo



Ejercicio nº 13.-

Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones y, si es posible, simplifica el resultado:

a) $3 \cdot \left(\frac{7}{4} - \frac{7}{6}\right) - \left(3 - \frac{5}{3}\right) = 3 \cdot \left(\frac{21}{12} - \frac{14}{12}\right) - \left(\frac{9}{3} - \frac{5}{3}\right) = 3 \cdot \frac{7}{12} - \frac{4}{3} = \frac{21}{12} - \frac{16}{12} = \frac{5}{12}$

b) $\left[3 - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right)\right] : \frac{4}{3} = \left[3 - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{20}{15} - \frac{6}{15}\right)\right] : \frac{4}{3} = \left[3 - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{15}\right] : \frac{4}{3} = \left[3 - \frac{42}{30}\right] : \frac{4}{3} = \left[\frac{15}{5} - \frac{7}{5}\right] : \frac{4}{3} = \frac{8}{5} : \frac{4}{3} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}$

Ejercicio nº 14.-

En un grupo de amigos se habla sobre cuáles son sus deportes favoritos. Por el fútbol se decantan la mitad de los miembros del grupo, una quinta parte prefiere los deportes de motor y a nueve amigos los apasiona el baloncesto. ¿Cuántos amigos componen el grupo? ¿Cuántos prefieren los deportes de motor?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Aficionados al fútbol} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ de los amigos} \\ \text{Aficionados al motor} \rightarrow \frac{1}{5} \text{ de los amigos} \end{array} \right\} \text{entre los dos deportes tenemos } \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10} \text{ de los amigos}$$

$$\text{Al resto, que son } \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10} \text{ les gusta el baloncesto} \rightarrow \frac{3}{10} \text{ del grupo son 9} \rightarrow \frac{1}{10} \text{ del grupo son } 9:3 = 3 \text{ amigos}$$

$$\text{El grupo está formado por } \frac{10}{10} \text{ que son } 10 \cdot 3 = 30 \text{ amigos.}$$

Ejercicio nº 15.-

Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones y, si es posible, simplifica el resultado:

$$a) \left(5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} \right) : \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$\left(5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} \right) : \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{30}{6} - \frac{3}{6} - \frac{14}{6} \right) : \left(\frac{18}{15} - \frac{5}{15} \right) = \frac{13}{6} : \frac{13}{15} = \frac{13 \cdot 15}{6 \cdot 13} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

$$b) 3 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} \right) - \left(2 + \frac{2}{3} \right) =$$

$$3 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} \right) - \left(2 + \frac{2}{3} \right) = 3 \cdot \left(\frac{15}{6} - \frac{5}{6} \right) - \left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3} \right) = 3 \cdot \left(\frac{10}{6} \right) - \left(\frac{8}{3} \right) = \frac{30}{6} - \frac{8}{3} = \frac{15}{3} - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$$

$$c) \frac{2}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \right) \right] =$$

$$\frac{2}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \right) \right] = \frac{2}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{10}{15} - \frac{6}{15} \right) \right] = \frac{2}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{15} \right] = \frac{2}{3} : \left[1 + \frac{20}{60} \right] = \frac{2}{3} : \left[1 + \frac{1}{3} \right] = \frac{2}{3} : \left[\frac{3}{3} + \frac{1}{3} \right] = \frac{2}{3} : \frac{4}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$d) \frac{3}{2} - \left(2 - \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{2} - \left(2 - \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - \left(\frac{6}{3} - \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - \frac{4}{3} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - \frac{12}{3} = \frac{3}{2} - 4 = \frac{3}{2} - \frac{8}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$e) \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{8}{7} - \frac{1}{3} =$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{8}{7} - \frac{1}{3} = \left(\frac{3}{4} - \frac{10}{4}\right) \cdot \frac{8}{7} - \frac{1}{3} = \left(-\frac{7}{4}\right) \cdot \frac{8}{7} - \frac{1}{3} = -\frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 7} - \frac{1}{3} = -\frac{8}{4} - \frac{1}{3} = -2 - \frac{1}{3} = -\frac{6}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

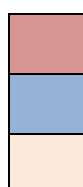
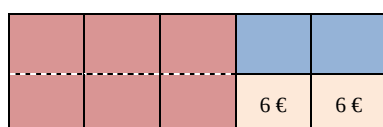
Ejercicio nº 16.-

Alicia se gastó $\frac{3}{5}$ del dinero que llevaba en comprar unos pantalones y, después, se gastó la mitad de lo que le quedaba en un libro. Si aún tiene 12 €, responde:

- ¿Cuánto dinero tenía al principio?
- ¿Cuánto le costaron los pantalones?

Solución:

Podemos empezar haciendo un dibujo en el que consideramos que el dinero que tenía Alicia estaba dividido en partes iguales:



En los pantalones gastó $\frac{3}{5}$ del total = $\frac{6}{10}$ del total

En el libro gastó $\frac{1}{2}$ de lo que quedaba $\rightarrow \frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5} = \frac{2}{10}$

Le sobró la otra mitad $\rightarrow \frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5} = \frac{2}{10}$ que son 12 €

Al principio tenía 60 euros y en el pantalón se gastó 36 euros.

Si no hacemos un dibujo, podemos plantearlo así:

$$\left. \begin{array}{l} \text{En los pantalones gastó } \frac{3}{5} \text{ del total} \Rightarrow \text{le sobraron } \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \\ \text{En el libro gastó } \frac{1}{2} \text{ de lo que quedaba} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{2}{10} \end{array} \right\} \text{entre las dos cosas se gastó } \frac{2}{5} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$

Le sobraron $\frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{2}{10}$ que son 12 euros $\rightarrow \frac{1}{10}$ serán 6 euros y al principio tenía $\frac{10}{10}$ que eran 60 euros.

Los pantalones le costaron $\frac{3}{5}$ de 60 = $\frac{3}{5} \cdot 60 = 36$ euros.

Ejercicio nº 17.-

Pedro tenía un montón de caramelos. Primero le dio la mitad de los caramelos que tenía a su primo Francisco y otros dos quintos del total de los caramelos a su amigo Alberto. Si aún tiene 21 caramelos, ¿cuántos tenía al principio y cuántos recibió Alberto?

Solución:

Entre Pedro, su primo y su amigo se han repartido la totalidad de los caramelos.

Francisco ha cogido $\frac{1}{2}$ de los caramelos
Alberto ha cogido $\frac{2}{5}$ de los caramelos

Entre Francisco y Alberto se han llevado: $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$,

hasta completar el total de caramelos queda $\frac{1}{10}$

Pedro se ha quedado con 21 caramelos que se corresponden con $\frac{1}{10}$ que es la parte que ha sobrado.

$\frac{1}{10}$ son 21 caramelos $\Rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{El total de caramelos } \left(\frac{10}{10}\right) \text{ eran } 10 \cdot 21 = 210 \text{ caramelos} \\ \text{A Francisco le tocaron } \frac{1}{2} \text{ de } 210 = 105 \text{ caramelos} \\ \text{Alberto recibió } \frac{2}{5} \text{ de } 210 = 84 \text{ caramelos} \end{array} \right.$

También podemos verlo con un dibujo:

Representamos el total de caramelos con un rectángulo

	Francisco		
Alberto			21

A Francisco le dió $\frac{1}{2}$ del total = $\frac{5}{10}$ del total

Para Alberto fueron $\frac{2}{5}$ del total = $\frac{4}{10}$ del total

Le sobró $\frac{1}{10}$ del total que son 21 caramelos

Al principio tenía $10 \cdot 21 = 210$ caramelos ; Alberto se llevó $4 \cdot 21 = 84$ caramelos.

Ejercicio nº 18.-

Pedro tenía un montón de caramelos. Primero le dio la mitad de los caramelos que tenía a su primo Francisco y, después, dos quintos de los caramelos que le quedaban a su amigo Alberto. Si aún tiene 21 caramelos, ¿cuántos tenía al principio y cuántos recibió Alberto?

Solución:

Pedro dió $\frac{1}{2}$ del total de caramelos a su primo $\Rightarrow$ le quedó $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
A su amigo le dió $\frac{2}{5}$ de los caramelos que quedaban $\rightarrow \frac{2}{5}$ de $\frac{1}{2} = \frac{2}{10}$

entre los dos se llevaron $\frac{1}{2} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$

Le sobraron $\frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ que son 21 caramelos $\rightarrow \frac{1}{10}$ serán 7 caramelos y al principio tenía $\frac{10}{10}$ que eran 70 caramelos.

Su amigo Alberto recibió $\frac{2}{10}$ de 70 = $\frac{2}{10} \cdot 70 = 14$ caramelos.

También podemos hacer un dibujo en el que consideramos que los caramelos que tenía Pedro estaban divididos en partes iguales:

	Francisco:			
Alberto	7	7	7	

A Francisco le dió $\frac{1}{2}$ del total $= \frac{5}{10}$ del total

Para Alberto fueron $\frac{2}{5}$ de lo que quedaba $\rightarrow \frac{2}{5} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{2}{10}$

Le sobró $\frac{3}{5}$ del resto $\rightarrow \frac{3}{5} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ que son 21 caramelos

Al principio tenía $10 \cdot 7 = 70$ caramelos ; Alberto se llevó $2 \cdot 7 = 14$ caramelos.

Ejercicio 19.-

En la primera evaluación de un instituto, han aprobado Lengua $\frac{4}{9}$ de los alumnos de 1º de ESO. En la recuperación de esa evaluación, han aprobado $\frac{1}{4}$ de los que habían suspendido.

- Encuentra la fracción de los aprobados en Lengua en la primera evaluación.
- Si ha habido 45 suspensos, calcula cuántos alumnos hay en 1º de ESO.

Solución:

En la primera evaluación han aprobado $\frac{4}{9}$ del total de alumnos $\rightarrow$ han suspendido $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

En la recuperación han aprobado $\frac{1}{4}$ de los suspensos $= \frac{1}{4} \text{ de } \frac{5}{9} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{36}$

En total, han aprobado la primera evaluación: $\frac{4}{9} + \frac{5}{36} = \frac{16}{36} + \frac{5}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

Si han aprobado $\frac{7}{12}$ del total $\rightarrow$ han suspendido $\frac{5}{12}$ del total

Si $\frac{5}{12}$ son 45 alumnos $\rightarrow \frac{1}{12}$ son $45 : 5 = 9$ alumnos $\rightarrow$ Total de alumnos de 1º de ESO son $\frac{12}{12} \rightarrow 12 \cdot 9 = 108$ alumnos

Ejercicio 20.-

Un concurso consta de dos pruebas eliminatorias y una final. En la primera prueba eliminan $\frac{3}{5}$ de los participantes. En la segunda, eliminan a $\frac{4}{5}$ de los participantes que quedaban y el resto pasa a la final.

- ¿Qué porcentaje de los participantes se ha quedado fuera de la final?
- Si a la final han pasado 12 participantes, ¿cuántos empezaron el concurso?

Solución:

En la primera prueba han eliminado $\frac{3}{5}$ del total de participantes $\rightarrow$ han superado la prueba $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

En la segunda prueba han eliminado $\frac{4}{5}$ de los que quedaban $= \frac{4}{5}$ de $\frac{2}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$

En total, han eliminado: $\frac{3}{5} + \frac{8}{25} = \frac{15}{25} + \frac{8}{25} = \frac{23}{25}$ del total. Un porcentaje es una fracción con denominador 100, entonces

como $\frac{23}{25} = \frac{x}{100} \rightarrow \frac{23}{25} = \frac{92}{100} \Rightarrow$ el porcentaje de eliminados en el concurso es el 92%.

Han pasado a la final $\frac{2}{25}$ del total, (o el 8%) $\rightarrow \frac{2}{25}$ del total son 12 personas $\rightarrow \frac{1}{25}$ del total son 6 personas.

Total de concursantes $\frac{25}{25} \rightarrow 25 \cdot 6 = 150$ participantes empezaron a concursar.

Ejercicio 21.-

De un rollo de cable, Raúl ha cortado $\frac{1}{3}$ del total, Pedro cortó $\frac{1}{5}$ del total y Juan $\frac{1}{6}$ del total.

- ¿Qué fracción del rollo de cable han cortado entre los tres?
- Si han sobrado 45 metros de cable, ¿cuántos metros tenía el rollo?

Solución:

Raúl cortó $\rightarrow \frac{1}{3}$ del rollo de cable
Pedro cortó $\rightarrow \frac{1}{5}$ del rollo de cable
Juan cortó $\rightarrow \frac{1}{6}$ del rollo de cable

entre los tres cortaron $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{10}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$ del rollo de cable.

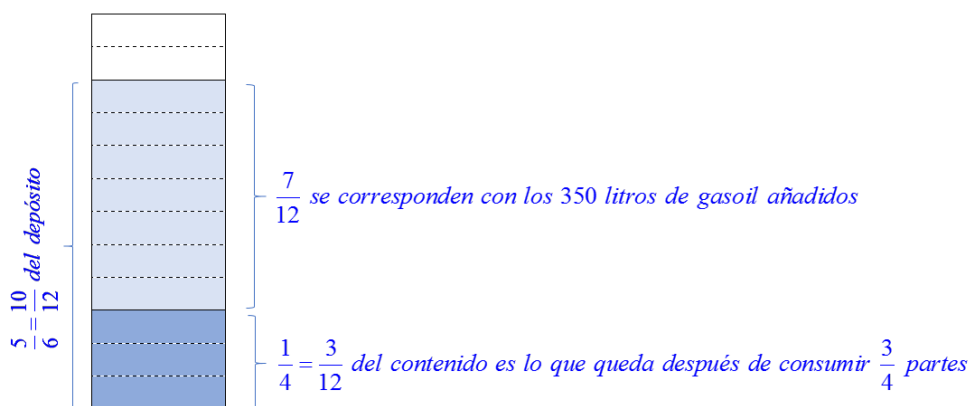
El resto, que son $\frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ es la fracción del rollo que ha sobrado $\rightarrow \frac{3}{10}$ del rollo son 45 metros $\rightarrow$

$\frac{1}{10}$ del rollo son $45 : 3 = 15$ metros $\rightarrow$ el rollo tenía $\frac{10}{10}$ que son $10 \cdot 15 = 150$ metros.

Ejercicio 22.-

De un depósito lleno de gasoil, consumimos $\frac{3}{4}$ partes de su contenido. Después añadimos 350 litros de gasoil y, entonces, quedan llenas $\frac{5}{6}$ partes del depósito. ¿Cuántos litros de gasoil hay ahora en el depósito?

Solución:



Consumimos $\frac{3}{4}$ partes del depósito $\rightarrow$ todavía queda $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ del depósito lleno de gasoil.

Cuando añadimos 350 litros, se llena hasta $\frac{5}{6}$ del total $\rightarrow$ los 350 litros es la diferencia entre lo que hay y lo que había.

$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$ es la fracción del depósito que se corresponde con los 350 litros

$\frac{7}{12}$ del depósito son 350 litros $\rightarrow \frac{1}{12}$ del depósito son $350 : 7 = 50$ litros $\rightarrow$ el depósito hace $\frac{12}{12}$ que son $12 \cdot 50 = 600$ litros.

Ahora hay $\frac{5}{6}$ del depósito $= \frac{5}{6}$ de 600 = 500 litros en el depósito.

Ejercicio nº 23.-

Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones y, si es posible, simplifica el resultado:

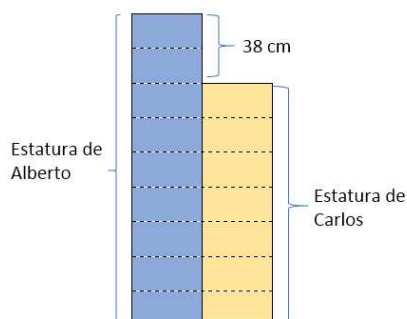
$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \left[3 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} \right) - \left(2 - \frac{1}{4} \right) \right] : \frac{3}{8} = \left[3 \cdot \left(\frac{15}{6} - \frac{5}{6} \right) - \left(\frac{8}{4} - \frac{1}{4} \right) \right] : \frac{3}{8} = \left[3 \cdot \frac{10}{6} - \frac{7}{4} \right] : \frac{3}{8} = \left[\frac{30}{6} - \frac{7}{4} \right] : \frac{3}{8} = \left[5 - \frac{7}{4} \right] : \frac{3}{8} = \left[\frac{20}{4} - \frac{7}{4} \right] : \frac{3}{8} = \\ & = \frac{13}{4} : \frac{3}{8} = \frac{104}{12} = \frac{26}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 2 - \frac{1}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \right) \right] = 2 - \frac{1}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{10}{15} - \frac{6}{15} \right) \right] = 2 - \frac{1}{3} : \left[1 + \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{15} \right] = 2 - \frac{1}{3} : \left[1 + \frac{20}{60} \right] = 2 - \frac{1}{3} : \left[1 + \frac{1}{3} \right] = 2 - \frac{1}{3} : \left[\frac{3}{3} + \frac{1}{3} \right] = \\ & = 2 - \frac{1}{3} : \frac{4}{3} = 2 - \frac{3}{12} = 2 - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

Ejercicio nº 24.-

La estatura de Alberto es $\frac{9}{7}$ de la de su hermano Carlos. Si uno es 38 cm más alto que el otro, ¿cuánto mide cada uno?

Solución:



Si la estatura de Alberto es $\frac{9}{7}$ de la estatura de Carlos, los 38 cm de diferencia se corresponden con $\frac{2}{7}$ de la estatura de Carlos. Si $\frac{2}{7}$ son 38 cm $\rightarrow \frac{1}{7}$ son $38:2=19$ cm

$$\begin{cases} \frac{7}{7} \text{ serán } 7 \cdot 19 = 133 \text{ cm} \rightarrow \text{Carlos mide } 133 \text{ cm.} \\ \frac{9}{7} \text{ serán } 9 \cdot 19 = 171 \text{ cm} \rightarrow \text{Alberto mide } 171 \text{ cm.} \end{cases}$$

Ejercicio nº 25.-

- a) Introduce, ordenadas, cuatro fracciones comprendidas entre $\frac{8}{15}$ y $\frac{7}{12}$

Para intercalar fracciones entre $\frac{8}{15}$ y $\frac{7}{12}$, lo primero es reducirlas a común denominador: $\text{mcm}(15,12)=60$

$\frac{8}{15} = \frac{32}{60}$ y $\frac{7}{12} = \frac{35}{60} \rightarrow$ entre $\frac{32}{60}$ y $\frac{35}{60}$ sólo podemos introducir dos fracciones $\rightarrow$ buscamos un denominador mayor.

$$\frac{32}{60} = \frac{64}{120} \text{ y } \frac{35}{60} = \frac{70}{120} \rightarrow \text{Ahora ya tenemos suficiente espacio} \rightarrow \frac{8}{15} < \frac{65}{120} < \frac{66}{120} < \frac{67}{120} < \frac{68}{120} < \frac{7}{12}$$

- b) Encuentra los números que deben estar en cada cuadrado:

$$\frac{7}{4} \text{ de } \square = 56 \rightarrow \frac{7}{4} \text{ de } \boxed{32} = 56$$

$$\frac{7}{4} \text{ de } x = 56 \rightarrow \frac{7}{4} \cdot x = 56 \rightarrow x = 56 : \frac{7}{4} = 32$$

$$\frac{\square}{8} \text{ de } 48 = 30 \rightarrow \frac{\boxed{5}}{8} \text{ de } 48 = 30$$

$$\frac{a}{b} \text{ de } 48 = 30 \rightarrow \frac{a}{b} \cdot 48 = 30 \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$$

Ejercicio nº 26.-

En la compra de hoy, he gastado $\frac{3}{5}$ del dinero que llevaba en la pescadería y después, $\frac{2}{3}$ de lo que me quedaba en la frutería. Si he vuelto a casa con 6 € y 80 céntimos, ¿cuánto dinero tenía al principio?

Solución:

En la pescadería, he gastado $\frac{3}{5}$ del dinero que llevaba $\rightarrow$ me quedan $\frac{2}{5}$ del dinero que llevaba

En la frutería, he gastado $\frac{2}{3}$ del dinero que me quedaba $\rightarrow \frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ del dinero que llevaba

Entre las dos tiendas he gastado $\frac{3}{5} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} + \frac{4}{15} = \frac{13}{15} \rightarrow$ todavía me quedan $\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$ del dinero que llevaba.

$\frac{2}{15}$ son 6,80 euros $\rightarrow \frac{1}{15}$ son $6,80 : 2 = 3,40$ euros $\rightarrow$ al principio llevaba $\frac{15}{15}$ que serían $15 \cdot 3,40 = 51$ euros.

Al principio tenía 51 euros.

Ejercicio 27.-

Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

$$a) \left(2 - \frac{9}{8} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{48}{24} - \frac{27}{24} - \frac{16}{24}\right) : \left(\frac{15}{12} - \frac{8}{12}\right) = \frac{5}{24} : \frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 12}{7 \cdot 24} = \frac{5}{7 \cdot 2} = \frac{5}{14}$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \left[3 - \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}\right)\right] = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \left[3 - \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{25}{10} - \frac{4}{10}\right)\right] = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \left[3 - \frac{2}{7} \cdot \frac{21}{10}\right] = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \left[3 - \frac{42}{70}\right] = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \left[\frac{15}{5} - \frac{3}{5}\right] = \\ = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{1}{2} + \frac{60}{20} = \frac{1}{2} + \frac{6}{2} = \frac{7}{2}$$

Ejercicio 28.-

Antonio gastó un cuarto del dinero que llevaba, y después gastó 27 €, al final tiene la tercera parte de lo que llevaba al principio. ¿Cuánto dinero lleva ahora Antonio? ¿Cuánto dinero llevaba al principio Antonio?

Solución:

gastó $\frac{1}{4}$ del dinero	gastó 27 euros	le queda $\frac{1}{3}$ del dinero
--------------------------------	----------------	-----------------------------------

Entre lo que gastó al principio y lo que le queda son $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

Lo que falta hasta el total, que son $\frac{5}{12}$, se corresponderán con los 27 euros que también gastó.

$\frac{5}{12}$ son 27 euros $\rightarrow \frac{1}{12}$ son $27 : 5 = 5,40$ euros $\rightarrow$ al principio llevaba $\frac{12}{12}$ que serían $12 \cdot 5,40 = 64,80$ euros.

Al principio tenía 64,80 euros.

Antonio lleva ahora $\frac{1}{3}$ de $64,80 = 21,60$ euros