

Soluciones. Ecuaciones y problemas.

Ejercicio 1

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4x + 5 - x = x - 3 - 2x$

$$4x - x - x + 2x = -3 - 5$$

$$4x = -8$$

$$x = \frac{-8}{4} \rightarrow x = -2$$

b) $5 - 4x - 7 + 5x = 6x - 8 - x - 2$

$$-4x + 5x - 6x + x = -8 - 2 - 5 + 7$$

$$-4x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-4} \rightarrow x = 2$$

c) $3x - (5 - 2x) = 2x + 7 - x$

$$3x - 5 + 2x = 2x + 7 - x$$

$$3x + 2x - 2x + x = 7 + 5$$

$$6x = 12$$

$$x = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2$$

d) $3 \cdot (x - 2) - x = 4 \cdot (2 - x) + 4$

$$3x - 6 - x = 8 - 4x + 4$$

$$3x - x + 4x = 8 + 4 - 6$$

$$6x = 6$$

$$x = \frac{6}{6} \rightarrow x = 1$$

e) $2 \cdot (2 - x) + 3 \cdot (2x - 4) = 8 - (x - 4)$

$$4 - 2x + 6x - 12 = 8 - x + 4$$

$$-2x + 6x + x = 8 + 4 - 4 + 12$$

$$5x = 20$$

$$x = \frac{20}{5} \rightarrow x = 4$$

f) $4(2 - x) - 3(1 + 2x) = x - 7(x - 3)$

$$8 - 4x - 3 - 6x = x - 7x + 21$$

$$-4x - 6x - x + 7x = 21 - 8 + 3$$

$$-4x = 16$$

$$x = \frac{16}{-4} \rightarrow x = -4$$

g) $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} = x - 4$

$$\frac{3x}{6} + \frac{x}{6} = \frac{6x}{6} - \frac{24}{6}$$

$$\frac{3x + x}{6} = \frac{6x - 24}{6}$$

$$3x + x = 6x - 24$$

$$3x + x - 6x = -24$$

$$-2x = -24$$

$$x = \frac{-24}{-2} \rightarrow x = 12$$

h) $\frac{x+1}{4} + \frac{x}{3} - 1 = x + \frac{1}{2}$

$$\frac{3(x+1)}{12} + \frac{4x}{12} - \frac{12}{12} = \frac{12x}{12} + \frac{6}{12}$$

$$\frac{3x + 3 + 4x - 12}{12} = \frac{12x + 6}{12}$$

$$3x + 3 + 4x - 12 = 12x + 6$$

$$3x + 4x - 12x = 6 - 3 + 12$$

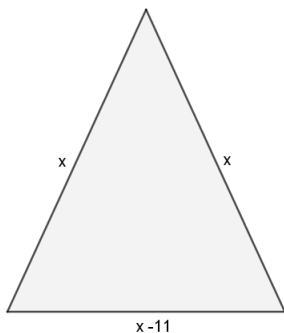
$$-5x = 15$$

$$x = \frac{15}{-5} \rightarrow x = -3$$

Ejercicio 2

Un triángulo isósceles tiene 64 cm de perímetro y el lado desigual es 11 cm menor que cada uno de los lados iguales. Plantea y resuelve una ecuación para hallar la medida de los lados de dicho triángulo.

Solución:



Llamamos x a la medida de los lados iguales del triángulo isósceles.

El lado diferente medirá $x-11$

Como el perímetro del triángulo es 64 cm $\rightarrow$ entre los tres lados suman 64 cm.

$$x + x + (x - 11) = 64 \rightarrow x + x + x - 11 = 64$$

$$x + x + x = 64 + 11$$

$$3x = 75$$

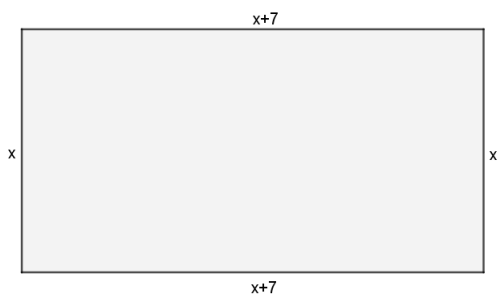
$$x = \frac{75}{3} \rightarrow x = 25 \text{ cm}$$

Los lados iguales miden 25 cm y el lado diferente mide $25 - 11 = 14$ cm

Ejercicio 3

La base de un rectángulo es 7 cm mayor que la altura. Si el rectángulo tiene 74 cm de perímetro, calcula su área.

Solución:



Llamamos x a la medida de la altura del rectángulo.

La base medirá $x+7$

Como el perímetro del rectángulo es 74 cm $\rightarrow$ entre los cuatro lados suman 74 cm.

$$2x + 2(x + 7) = 74 \rightarrow 2x + 2x + 14 = 74$$

$$2x + 2x = 74 - 14$$

$$4x = 60$$

$$x = \frac{60}{4} \rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

La altura del rectángulo mide 15 cm y la base, mide $15 + 7 = 22$ cm

El área del rectángulo es $A = \text{base} \times \text{altura} \rightarrow A = 22 \cdot 15 = 330$

$$A_{\text{rectángulo}} = 330 \text{ cm}^2$$

Ejercicio 4

Ana tiene 12 euros menos que Javier, pero tiene el doble de dinero que Carlos. Si entre los tres juntan 102 euros, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

Solución:

Tenemos que decidir a qué número llamamos x porque tenemos varias opciones, y cada opción dará lugar a una ecuación diferente, pero la solución del problema será la misma.

Opción 1:

Llamamos x al número de euros que tiene Ana $\rightarrow \begin{cases} \text{Javier tiene 12 euros más} \rightarrow x+12 \\ \text{Ana tiene el doble que Carlos} \rightarrow \text{Carlos tiene la mitad que Ana} \rightarrow \frac{x}{2} \end{cases}$

Entre los tres suman 102 euros:

$$\begin{aligned} x + (x+12) + \frac{x}{2} &= 102 \rightarrow x + x + 12 + \frac{x}{2} = 102 \rightarrow \frac{2x}{2} + \frac{2x}{2} + \frac{24}{2} + \frac{x}{2} = \frac{204}{2} \rightarrow \frac{2x + 2x + 24 + x}{2} = \frac{204}{2} \\ 2x + 2x + 24 + x &= 204 \\ 5x &= 204 - 24 \\ 5x &= 180 \rightarrow x = \frac{180}{5} = 36 \text{ euros} \end{aligned}$$

Ana tiene 36 euros $\rightarrow \begin{cases} \text{Javier tiene } 36 + 12 = 48 \text{ euros} \\ \text{Carlos tiene } \frac{36}{2} = 18 \text{ euros} \end{cases}$

Opción 2:

Llamamos x al número de euros que tiene Carlos $\rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene el doble que Carlos} \rightarrow 2x \\ \text{Javier tiene 12 euros más que Ana} \rightarrow 2x + 12 \end{cases}$

Entre los tres suman 102 euros:

$$\begin{aligned} x + 2x + (2x + 12) &= 102 \rightarrow x + 2x + 2x + 12 = 102 \\ x + 2x + 2x &= 102 - 12 \\ 5x &= 90 \rightarrow x = \frac{90}{5} = 18 \text{ euros} \end{aligned}$$

Carlos tiene 18 euros $\rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene } 2 \cdot 18 = 36 \text{ euros} \\ \text{Javier tiene } 2 \cdot 18 + 12 = 48 \text{ euros} \end{cases}$

Opción 3:

Llamamos x al número de euros que tiene Javier $\rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene 12 euros menos} \rightarrow x-12 \\ \text{Ana tiene el doble que Carlos} \rightarrow \text{Carlos tiene la mitad que Ana} \rightarrow \frac{x-12}{2} \end{cases}$

Entre los tres suman 102 euros:

$$\begin{aligned} x + (x-12) + \frac{x-12}{2} &= 102 \rightarrow x + x - 12 + \frac{x-12}{2} = 102 \rightarrow \frac{2x}{2} + \frac{2x}{2} - \frac{24}{2} + \frac{x-12}{2} = \frac{204}{2} \rightarrow \frac{2x + 2x - 24 + x - 12}{2} = \frac{204}{2} \\ 2x + 2x - 24 + x - 12 &= 204 \\ 5x &= 204 + 24 + 12 \\ 5x &= 240 \rightarrow x = \frac{240}{5} = 48 \text{ euros} \end{aligned}$$

Javier tiene 48 euros $\rightarrow \begin{cases} \text{Ana tiene } 48 - 12 = 36 \text{ euros} \\ \text{Carlos tiene } \frac{48 - 12}{2} = 18 \text{ euros} \end{cases}$

Ahora puedes observar que todas las ecuaciones llevan a la misma solución del problema, pero es posible que alguna sea más sencilla que las otras, con lo que pensar bien a qué número llamamos x , puede facilitar la resolución.

Ejercicio 5

María nació cuando su padre, Javier, tenía 28 años. Ahora, Javier triplica la edad de María. Plantea y resuelve una ecuación para encontrar la edad actual de los dos.

Solución:

Tenemos que decidir a qué número llamamos x .

Opción 1:

Llamamos x a la edad de María $\rightarrow$ Javier tiene 28 años más $\rightarrow x + 28$

Ahora, Javier tiene triple edad que María:

$$x + 28 = 3x \rightarrow 28 = 3x - x \rightarrow 28 = 2x \rightarrow 2x = 28 \rightarrow x = \frac{28}{2} = 14$$

María tiene 14 años $\rightarrow$ Javier tiene $14 + 28 = 42$ años

Opción 2:

Llamamos x a la edad de Javier $\rightarrow$ María tiene 28 años menos $\rightarrow x - 28$

Ahora, Javier tiene triple edad que María:

$$x = 3(x - 28) \rightarrow x = 3x - 84 \rightarrow x - 3x = -84 \rightarrow -2x = -84 \rightarrow x = \frac{-84}{-2} = 42$$

Javier tiene 42 años $\rightarrow$ María tiene $42 - 28 = 14$ años $\rightarrow$

Ejercicio 6

Calcula los tres ángulos de un triángulo, sabiendo que el primero es 15° mayor que el segundo y que duplica la medida del tercero.

Solución:

Si llamamos x a la medida del tercer ángulo $\rightarrow \begin{cases} \text{El primer ángulo duplica al tercero} \rightarrow 2x \\ \text{El segundo ángulo mide } 15^\circ \text{ menos que el primero} \rightarrow 2x - 15 \end{cases}$

Ahora, como son ángulos de un triángulo, entre los tres deben sumar 180° :

$$x + 2x + 2x - 15 = 180 \rightarrow x + 2x + 2x = 180 + 15 \rightarrow 5x = 195 \rightarrow x = \frac{195}{5} \rightarrow x = 39$$

El tercer ángulo mide $39^\circ \rightarrow \begin{cases} \text{El primer ángulo mide } 2 \cdot 39 = 78^\circ \\ \text{El segundo mide } 78 - 15 = 63^\circ \end{cases}$

Ejercicio 7

En una granja hay 35 gallinas más que vacas. Si hemos contado 244 patas, ¿cuántas gallinas hay en la granja?

Solución:

Si llamamos x al número de gallinas $\rightarrow$ hay 35 vacas menos; el número de vacas será $x-35$

Ahora, como las gallinas tienen dos patas y las vacas cuatro patas:

2 patas por cada gallina + 4 patas por cada vaca = 244

$$2x + 4(x-35) = 244 \rightarrow 2x + 4x - 140 = 244 \rightarrow 2x + 4x = 244 + 140 \rightarrow 6x = 384 \rightarrow x = \frac{384}{6} \rightarrow x = 64$$

En la granja hay **64 gallinas** y $64 - 35 = 29$ vacas.

Ejercicio 8

Encuentra un número tal que, si sumamos su mitad con su cuarta parte, obtengamos un resultado 8 unidades menor que el número buscado.

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ al número que nos piden } \rightarrow \begin{cases} \text{su mitad es } \rightarrow \frac{x}{2} \\ \text{su cuarta parte es } \rightarrow \frac{x}{4} \\ \text{Un resultado 8 unidades menor que } x \text{ es } \rightarrow x-8 \end{cases}$$

Ahora, ponemos todo eso en una ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = x-8 & \xrightarrow{\text{reducimos a común denominador}} \frac{2x}{4} + \frac{x}{4} = \frac{4(x-8)}{4} \rightarrow \frac{2x+x}{4} = \frac{4x-32}{4} \xrightarrow{\text{quitamos denominadores}} 2x+x = 4x-32 \\ 2x+x-4x &= -32 \\ -x &= -32 \rightarrow x = 32 \end{aligned}$$

El número pedido es 32

Ejercicio 9

Encuentra un número tal que, si le sumamos su mitad y le restamos su tercera parte, obtenemos 28.

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ al número que nos piden} \rightarrow \begin{cases} \text{su mitad es} \rightarrow \frac{x}{2} \\ \text{su tercera parte es} \rightarrow \frac{x}{3} \end{cases}$$

Ahora, la ecuación es:

$$x + \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 28 \xrightarrow{\text{reducimos a común denominador}} \frac{6x}{6} + \frac{3x}{6} - \frac{2x}{6} = \frac{168}{6} \rightarrow \frac{6x + 3x - 2x}{6} = \frac{168}{6} \xrightarrow{\text{quitamos denominadores}} 6x + 3x - 2x = 168$$
$$7x = 168$$
$$x = \frac{168}{7} \rightarrow x = 24$$

El número pedido es 24

Ejercicio 10

Ángel, Beatriz y Carlos poseen un montón de canicas. Beatriz tiene el doble que Carlos y Ángel tiene 10 más que Beatriz. Si entre los tres juntan 80 canicas, ¿cuántas tiene cada uno?

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ al número de canicas de Carlos} \rightarrow \begin{cases} \text{Beatriz tiene el doble que Carlos} \rightarrow 2x \\ \text{Ángel tiene 10 más que Beatriz} \rightarrow 2x + 10 \end{cases}$$

Ahora, como entre los tres suman 80 canicas:

$$x + 2x + 2x + 10 = 80 \rightarrow x + 2x + 2x = 80 - 10 \rightarrow 5x = 70 \rightarrow x = \frac{70}{5} \rightarrow x = 14$$

$$\text{Carlos tiene 14 canicas} \rightarrow \begin{cases} \text{Beatriz tiene } 2 \cdot 14 = 28 \text{ canicas} \\ \text{Ángel tiene } 28 + 10 = 38 \text{ canicas} \end{cases}$$

Ejercicio 11

Javier dice: "Hace 12 años mi edad era la mitad de la que tendré el próximo año. ¿Cuál es mi edad actual?"

Solución:

$$\text{Llamamos } x \text{ a la edad de Javier} \rightarrow \begin{cases} \text{hace 12 años, Javier tenía} \rightarrow x - 12 \\ \text{el próximo año, Javier tendrá} \rightarrow x + 1 \end{cases}$$

Hace 12 años, la edad de Javier era la mitad de la que tendrá el próximo año:

$$x - 12 = \frac{x + 1}{2} \rightarrow \frac{2x - 24}{2} = \frac{x + 1}{2} \rightarrow 2x - 24 = x + 1 \rightarrow 2x - x = 1 + 24 \rightarrow x = 25$$

Javier tiene 25 años

Ejercicio 12

De un rectángulo, sabemos que la altura es dos tercios de la base y su perímetro mide 60 cm. Calcula el área del rectángulo.

Solución:

Llamamos x a la medida de la base $\rightarrow$ la altura es $\rightarrow \frac{2}{3}$ de $x = \frac{2x}{3}$

El perímetro mide 60 cm $\rightarrow 2 \text{ bases} + 2 \text{ alturas} = 60$

$$2x + 2 \cdot \frac{2x}{3} = 60 \rightarrow 2x + \frac{4x}{3} = 60 \rightarrow \frac{6x}{3} + \frac{4x}{3} = \frac{180}{3} \rightarrow \frac{10x}{3} = \frac{180}{3} \rightarrow 10x = 180 \rightarrow x = \frac{180}{10} \rightarrow x = 18$$

La base mide 18 cm $\rightarrow$ la altura mide $\frac{2}{3}$ de 18 = $\frac{2 \cdot 18}{3} = 12$ cm

El área del rectángulo es $A = \text{base} \times \text{altura} \rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 18 \cdot 12 = 216 \text{ cm}^2$

Ejercicio 13

a) $1 - 2(3x + 1) = 4(x - 1) - (6 - 2x)$

$$1 - 6x - 2 = 4x - 4 - 6 + 2x$$

$$-6x - 4x - 2x = -4 - 6 - 1 + 2$$

$$-12x = -9$$

$$x = \frac{-9}{-12} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

b) $\frac{2-x}{5} + \frac{2x-3}{4} = \frac{x-12}{20}$

$$\frac{8-4x}{20} + \frac{10x-15}{20} = \frac{x-12}{20}$$

$$\frac{8-4x+10x-15}{20} = \frac{x-12}{20}$$

$$8-4x+10x-15 = x-12$$

$$-4x+10x-x = -12-8+15$$

$$5x = -5$$

$$x = \frac{-5}{5} \rightarrow x = -1$$

c) $2 + 3 \cdot (x - 2) - x = 5 \cdot (2 - x) + 7$

$$2 + 3x - 6 - x = 10 - 5x + 7$$

$$3x - x + 5x = 10 + 7 - 2 + 6$$

$$7x = 21$$

$$x = \frac{21}{7} \rightarrow x = 3$$

d) $\frac{2x-3}{4} + \frac{x}{3} - 3 = 2x - \frac{1}{4}$

$$\frac{6x-9}{12} + \frac{4x}{12} - \frac{36}{12} = \frac{24x}{12} - \frac{3}{12}$$

$$\frac{6x-9+4x-36}{12} = \frac{24x-3}{12}$$

$$6x-9+4x-36 = 24x-3$$

$$6x+4x-24x = -3+9+36$$

$$-14x = 42$$

$$x = \frac{42}{-14} \rightarrow x = -3$$

$$\begin{aligned}
 e) \quad & \frac{3(x-2)}{4} + \frac{x+1}{6} = x-3 \\
 & \frac{9(x-2)}{12} + \frac{2(x+1)}{12} = \frac{12(x-3)}{12} \\
 & \frac{9x-18+2x+2}{12} = \frac{12x-36}{12} \\
 & 9x-18+2x+2 = 12x-36 \\
 & 9x+2x-12x = -36+18-2 \\
 & -x = -20 \quad \rightarrow \quad x = 20
 \end{aligned}$$

Ejercicio 14

El perímetro de un triángulo isósceles es 70 cm y el lado desigual es $\frac{3}{2}$ de uno de los lados iguales. Calcula el área del triángulo.

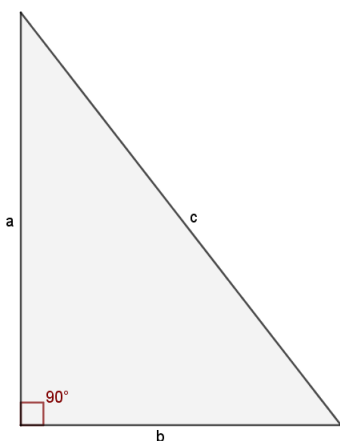
Solución:

Llamamos x a la medida de los lados iguales del triángulo isósceles $\rightarrow$ El lado diferente medirá $\frac{3}{2}$ de $x = \frac{3}{2} \cdot x = \frac{3x}{2}$

Como el perímetro del triángulo es 70 cm $\rightarrow$ entre los tres lados suman 70 cm.

$$\begin{aligned}
 x + x + \frac{3x}{2} = 70 & \rightarrow 2x + \frac{3x}{2} = 70 \rightarrow \frac{4x}{2} + \frac{3x}{2} = \frac{140}{2} \rightarrow 4x + 3x = 140 \rightarrow 7x = 140 \\
 & x = \frac{140}{7} \rightarrow x = 20 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Los lados iguales miden 20 cm y el lado diferente mide $\frac{3 \cdot 20}{2} = 30$ cm

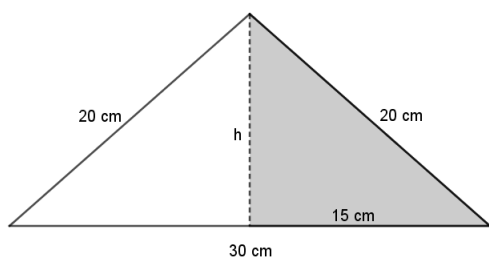


Aprovecharemos para introducir uno de los teoremas más importantes de la geometría.
El **teorema de Pitágoras**.

Este teorema nos asegura que en todo **triángulo rectángulo**, se cumple la siguiente relación entre sus lados: $a^2 + b^2 = c^2$

Donde **a** y **b** son los lados que forman el ángulo de 90° y se llaman **catetos**; **c** es el lado más largo del triángulo y se llama **hipotenusa**.

Además, si tres medidas a , b y c , cumplen la relación $a^2 + b^2 = c^2$, el triángulo que formemos con ellas será rectángulo.



Para calcular el área del triángulo, necesitamos encontrar la altura h .

En todo triángulo isósceles, la altura sobre el lado diferente, divide a la base en dos segmentos iguales, y el triángulo queda dividido en dos triángulos rectángulos iguales.

Si aplicamos el teorema de Pitágoras sobre el triángulo rectángulo sombreado:

$$h^2 + 15^2 = 20^2 \rightarrow h^2 + 225 = 400 \rightarrow h^2 = 400 - 225 \rightarrow h^2 = 175$$

$$h = \sqrt{175} \approx 13,23 \text{ cm}$$

$$\text{Ahora el área del triángulo será: } A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{30 \cdot 13,23}{2} = 198,43 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{triángulo}} = 198,43 \text{ cm}^2$$

Ejercicio 15

En una fiesta, el número de mujeres es el doble del número de hombres. Los niños son la mitad del número de hombres y mujeres juntos. Halla cuántos hombres, mujeres y niños hay en la fiesta si el total es de 54 personas.

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ al número de hombres de la fiesta} \rightarrow \begin{cases} \text{mujeres hay el doble} \rightarrow 2x \\ \text{niños, la mitad que hombres y mujeres juntos} \rightarrow \frac{x+2x}{2} \end{cases}$$

Hay 54 personas en la fiesta:

$$x + 2x + \frac{3x}{2} = 54 \rightarrow \frac{2x}{2} + \frac{4x}{2} + \frac{3x}{2} = \frac{108}{2} \rightarrow 2x + 4x + 3x = 108 \rightarrow 9x = 108 \rightarrow x = \frac{108}{9} \rightarrow x = 12$$

$$\text{hombres hay } 12 \rightarrow \begin{cases} \text{mujeres hay } 2 \cdot 12 = 24 \\ \text{niños hay } \frac{12+24}{2} = 18 \end{cases}$$

Ejercicio 16

El mayor de los ángulos de un triángulo es doble que el mediano y este mide veinte grados más que el ángulo menor. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo?

Solución:

$$\text{Si llamamos } x \text{ a la medida del mediano de los ángulos} \rightarrow \begin{cases} \text{el ángulo mayor mide el doble} \rightarrow 2x \\ \text{el ángulo pequeño mide } 20^\circ \text{ menos} \rightarrow x - 20 \end{cases}$$

En todo triángulo, sus ángulos suman 180° :

$$2x + x + (x - 20) = 180 \rightarrow 2x + x + x = 180 + 20 \rightarrow 4x = 200 \rightarrow x = \frac{200}{4} \rightarrow x = 50$$

$$\text{El ángulo mediano mide } 50^\circ \rightarrow \begin{cases} \text{el ángulo mayor mide } 2 \cdot 50 = 100^\circ \\ \text{el ángulo pequeño mide } 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ \end{cases}$$

Ejercicio 17

Un examen tipo test consta de 25 preguntas. Cada acierto suma 4 puntos y cada error resta 1 punto. Un alumno que contesta a todas las preguntas obtiene una puntuación de 60 puntos. Plantea y resuelve una ecuación para averiguar cuántas respuestas ha acertado.

Solución:

Si llamamos x al número de aciertos $\rightarrow$ el número de errores será $25 - x$

Cada acierto suma 4 puntos y cada error resta 1 punto. Ha obtenido 60 puntos :

$$4 \cdot x - 1 \cdot (25 - x) = 60 \rightarrow 4x - 25 + x = 60 \rightarrow 4x + x = 60 + 25 \rightarrow 5x = 85 \rightarrow x = \frac{85}{5} \rightarrow x = 17$$

Ha acertado 17 respuestas $\rightarrow$ ha tenido $25 - 17 = 8$ errores.