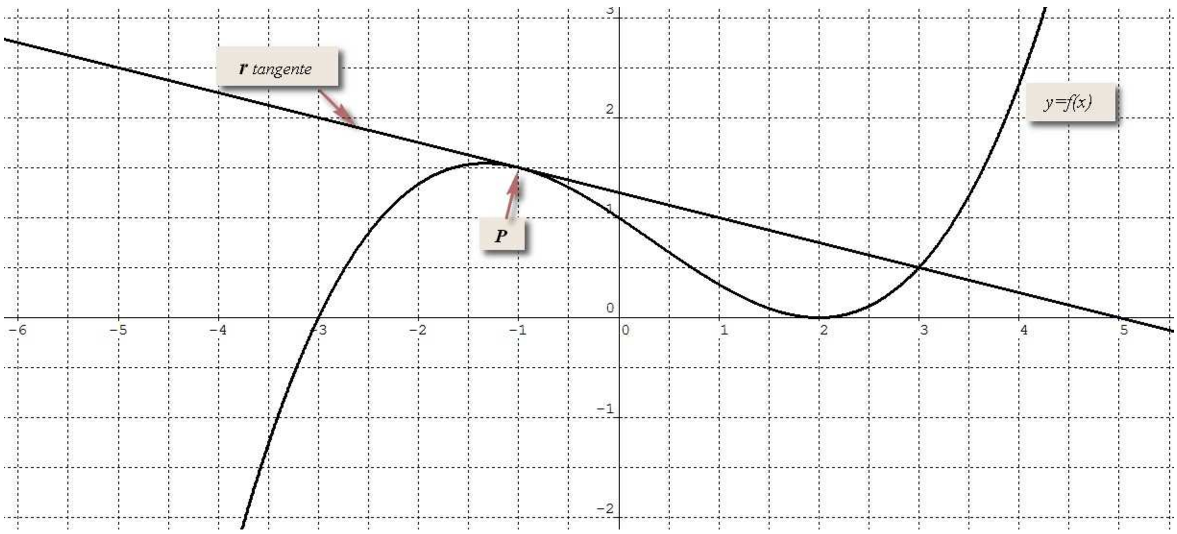
APLICACIÓN DE LAS DERIVADAS. CÁLCULO DE RECTAS TANGENTES

$$Curva: \quad y = f(x)$$

$$Recta\ tangente: \ y = mx + b \quad \Rightarrow \begin{cases} m = f'(x_0) \\ forma\ \ punto-pendiente \quad y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \end{cases}$$

$$Punto\ de\ tangencia: P(x_0, y_0);\ es\ común\ a\ la\ curva\ y\ a\ la\ recta \ \Rightarrow \begin{cases} y_0 = f(x_0) \\ y_0 = m \cdot x_0 + b \end{cases}$$



Ejercicios:

1. Determina la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \dfrac{x-2}{x+2}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

2. Determina las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = x^2 - 3x + 8$ en los puntos de ordenada 6.

3. Determina las ecuaciones de las rectas tangentes a $f(x) = x^2 + 5x - 14$ en los puntos de intersección con el eje de abscisas.

4. Encuentra los puntos en los que la recta tangente a la curva $f(x) = \dfrac{x}{2x+3}$ es paralela a la recta $3x - 2y + 15 = 0$.

5. Obtener el valor de k en la función $f(x) = \dfrac{1+kx}{x+k}$ sabiendo que, en el punto $x = 1$, la recta tangente a la curva es paralela a $r \equiv 4x - y + 11 = 0$.

6. Determina la recta tangente a la parábola $y = x^2$ y que es perpendicular a la recta $2x - 3y + 1 = 0$.

7. Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la parábola $y = 2x^2 - 12x + 10$, en los puntos donde ésta corta al eje de abscisas.

8. Halla el ángulo que forma la tangente a la curva $f(x) = \dfrac{2}{x}$ en el punto $x = 4$ con el semieje positivo de abscisas.

9. Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $x^2 - 8x - 2y + 12 = 0$ en el punto $y = 6$.

10. ¿En qué punto, la función $f(x) = -3x^2 + 7x - 2$, tiene una tangente que forma un ángulo de 45° con el eje OX?

11. Determina el ángulo en el que se cortan las curvas $f(x) = x^2$ y $g(x) = \sqrt{x}$. (El ángulo en el que se cortan dos curvas es el ángulo en el que se cortan sus rectas tangentes en dicho punto)

12. Halla la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $4x^2 - y^2 = 4$ en el punto $P\left(\sqrt{5}, 4\right)$.

13. Dada la función $y = 2x^2 + ax + b$, halla a y b para que tenga una tangente de pendiente $m = -6$ en el punto $P(1,4)$.

14. Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y^2 - 4y + 4x - 12 = 0$ en los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

15. Halla el ángulo que forman las rectas tangentes a las curvas $4x^2 + y^2 = 8$, $x \cdot y = 2$ en sus puntos comunes.

16. La curva $y = ax^2 + bx + c$ pasa por el punto $P(1,7)$, y es tangente en el origen de coordenadas a la bisectriz del segundo cuadrante. Halla la ecuación de la curva.

17. Se considera una función $f(x)$, definida en un entorno del punto $x = 3$. Sabiendo que la recta de ecuación $y - 5x + 13 = 0$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $(3, f(3))$, calcula $f(3)$ y $f'(3)$.

18. Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x + 1}$, encuentra las ecuaciones de las rectas que son tangentes a su gráfica y perpendiculares a la bisectriz del primer cuadrante.

19. Sea la función $f\left(x\right)=\dfrac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$. Hallar las ecuaciones de la tangente y la normal a su gráfica en el punto $\left(4\ ,f\left(4\right)\right)$.

20. Sea $f\left(x\right)$ una función tal que $\left|f\left(x\right)\right|\le x^2$. Demostrar que $f\left(x\right)$ es derivable en cero.

21. Sea la función $f\left(x\right)=2\sqrt{x-1}$. Calcular las tangentes a su gráfica que tienen pendiente $m=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

22. Sea la curva de ecuación $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Hállese el área del triángulo determinado por el eje de abscisas y por las rectas tangente y normal a la curva en el punto $\left(2\ ,f\left(2\right)\right)$.

23. La recta $y=2x-7$ es tangente a la gráfica de la función $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+2$ en el punto de abscisa 1. Calcula a y b.

24. Sea la curva $y=\dfrac{bx-1}{bx+1}$. La recta $y=6x+a$ es tangente a la curva en el punto de abscisa 0. Calcula razonadamente a y b.

25. La parábola $y=x^2+bx+c$ es tangente a la recta $y=x$ en el punto $\left(1,1\right)$. Halla la ecuación de la tangente en el punto $\left(2,f\left(2\right)\right)$.

26. En los puntos $x=-3$ y $x=1$, la recta tangente a la curva $y=x^3+bx^2+cx+2$ es horizontal. Determina los valores de b y c.

27. Dada la curva $y=\sqrt{2x^3}$, ¿en qué punto de dicha curva la recta tangente es perpendicular a la de ecuación $4x+3y=0$?

28. Sea la curva $y=\dfrac{x-4}{x-2}$. Comprueba que las tangentes en los puntos de intersección con los ejes de coordenadas son paralelas.

29. Encuentra el ángulo bajo el que se cortan la curva $f\left(x\right)=\sqrt{e^x}$ y la recta $x-3=0$.

30. Calcula las rectas tangentes a la curva $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2\cdot e^{2x} & si\ \ x\le 0\\ x\cdot\ln x & si\ \ x>0\end{cases}$ en los puntos $x=1$ y $x=-1$.