MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE UNA FUNCIÓN. INTERVALOS DE CRECIMIENTO.

Teniendo en cuenta los siguientes criterios:

Si $f'(x) > 0$ *para todos los puntos* x *de un intervalo,* $f(x)$ *es creciente en ese intervalo.*

Si $f'(x) < 0$ *para todos los puntos* x *de un intervalo,* $f(x)$ *es decreciente en ese intervalo.*

Si $f(x)$ *es una función tal que* $f'(x_0) = 0$*. Si* $f''(x_0) < 0$*,* $f(x)$ *tiene en* x_0 *un máximo (relativo) y, si* $f''(x_0) > 0$*, la función presenta en* x_0 *un mínimo (relativo).*

Ejercicios

1. Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento y, los máximos y mínimos de las siguientes funciones:

$f(x) = x^3 + x^2 - x + 5$	$f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$	$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$
$f(x) = \dfrac{x^2-2}{x^2-1}$	$f(x) = x^2 - 2\ln x$	$f(x) = \ln\left(x^2+4\right)$
$f(x) = \dfrac{3}{x^2-6x+10}$	$f(x) = x \cdot e^x$	$f(x) = \left(x^2 - 11x + 31\right) \cdot e^x$
$f(x) = \dfrac{x^3}{e^{2x}}$	$f(x) = e^{x^3-6x+2}$	$f(x) = e^{2x} + 4e^{-2x}$
$f(x) = x - \ln\left(1+x^2\right)$	$f(x) = \dfrac{x}{x^2-6x-16}$	$f(x) = x^3 - 3\ln x + 2$
$f(x) = \left(x^2-1\right)^{-1}$	$f(x) = x + sen\, x$	$f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x^2-1}$
$f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$	$f(x) = x \cdot e^{-x}$	$f(x) = \dfrac{x}{3} - \sqrt[3]{x}$
$f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{(x+1)^2}$	$f(x) = e^x \cdot sen\, x$	$f(x) = cos\, x + \dfrac{cos\, 2x}{2}$

2. Calcula el valor de k en $f(x) = x^2 + kx + 3$, sabiendo que la derivada de $f(x)$ se anula en $x = 2$.

3. Calcula a y b en la función $f(x)=ax^2+bx$, si sabes que pasa por el punto $(2,1)$ y que, en ese punto, la derivada vale 5.

4. Calcula el valor de k para el cual la función $f(x)=x^3+kx^2-3x$ tiene un mínimo relativo en $x=3$.

5. Dada la función $f(x)=ax-x^2+b$, halla los valores de a y b para que esta función tenga un máximo relativo en el punto $(2,7)$.

6. Calcula a y b en $f(x)=\dfrac{ax+1}{2x+b}$, sabiendo que hay un máximo en el punto $(1,3)$.

7. Sea la función $f(x)=x^3+mx^2+nx+p$. Se sabe que $f(1)=1$, y que $f(x)$ tiene un máximo en el punto $x=-4$ y un mínimo en el punto $x=0$. Calcula m, n y p.

8. La función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tiene un máximo en el punto $(0,4)$ y un mínimo en el punto $(2,0)$. Encuentra los valores de a, b, c y d.

9. La función $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{a+x}$ tiene un máximo o mínimo en $x=1$. Razona que debe cumplirse que $a=\dfrac{1}{2}$ y, averigua si es un máximo o es un mínimo.

10. Calcula a y b para que la función racional $f(x)=\dfrac{x^2+ax-3}{x^2+bx+5}$ tenga un máximo en $x=3$ y un mínimo en $x=2$.

11. Define a trozos las funciones siguientes y después encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento y, los máximos y mínimos:

$f(x)=2+\lvert x+3\rvert$	$f(x)=x^3-3\lvert x\rvert$
$f(x)=\dfrac{1}{1-\lvert x\rvert}$	$f(x)=e^{\lvert x+3\rvert}$

12. Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento y, los máximos y mínimos de la función $f(x)=\begin{cases} x^2\cdot e^{2x} & si \;\; x\le 0 \\ x\cdot \ln x & si \;\; x>0 \end{cases}$.