EJERCICIOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. Representa gráficamente $-z$, $\bar{z}$ y $\dfrac{1}{z}$ para:

   a) $z = 3 + 4 \cdot i$

   b) $z = 2_{20^\circ}$

2. Halla las razones trigonométricas del ángulo AOB, sabiendo que A es el afijo del complejo $\varepsilon = 24 - 10 \cdot i$ y B el afijo del complejo $\sigma = 16 + 12 \cdot i$

3. Calcula:

   a) $\sqrt{4 + 3 \cdot i}$

   b) $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3} \cdot i}$

   c) $\sqrt[3]{\dfrac{-2 + 2 \cdot i}{1 + \sqrt{3} \cdot i}}$

4. Representa gráficamente z, z^2, z^3, z^4, z^5 y z^6 en los siguientes casos:

   a) $z = \sqrt{2} \cdot i$

   b) $z = -3$

   c) $z = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$

   d) $z = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2} \cdot i$

5. Calcula $\sqrt[5]{\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) + i \cdot sen\left(\dfrac{\pi}{3}\right)}$. Halla el perímetro y el área del pentágono regular formado por los afijos obtenidos.

6. Resuelve las ecuaciones:

   a) $x^4 + 1 = 0$

   b) $x^6 + 64 = 0$

7. Calcula $w = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5$ sabiendo que $z = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$

8. Resuelve la ecuación $\left(\dfrac{z+1}{z}\right)^4 = 1$

9. Resuelve el sistema: $\begin{cases} 3z + w = 6i \\ z + wi = 1 - i \end{cases}$

10. Halla el valor de k para que $w = \dfrac{(k+3i)\cdot(1+i)^3}{\left(\sqrt{3}+i\right)^6}$ sea un número real.

11. En un triángulo isósceles ZOX se verifica ZO = ZX = 13cm. y OX = 0,24m. W es un punto situado en la prolongación de ZO y dista 13 cm. de O.

 a) Halla la longitud del segmento WX utilizando fórmulas trigonométricas.

 b) Si O es (0, 0) y X es el afijo de 24_{0°, halla dos complejos z y w cuyos afijos se correspondan con los puntos Z y W. Realiza la representación gráfica.

 c) Calcula el complejo x-w. Relaciona el resultado del apartado a) con el módulo de x-w.

12. Halla dos números complejos sabiendo que suman 3+ i, que la parte real del primero es 2 y que el cociente entre el primero y el segundo es imaginario puro.

13. Resuelve la ecuación: $\left(z^4 + 4\right)\cdot\left(z^2 - 3 - 4\cdot i\right) = 0$

14. Expresa en forma binómica el resultado de: $\dfrac{5\cdot(1+i)\cdot(\cos 61^\circ + i\cdot sen 61^\circ)\cdot(\cos 32^\circ + i\cdot sen 32^\circ)}{\sqrt{2}\cdot(\cos 48^\circ + i\cdot sen 48^\circ)}$

15. Resuelve la ecuación: $\left(z^3 + 1\right)\cdot\left(i\cdot z^2 + (1+i)\cdot z + 1\right) = 0$

16. Sabiendo que $|z| = 5$, calcula el valor de k si $z = \left(1 + i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{22}\right)\cdot(3 + k\cdot i)$

17. Comprueba, hallando sus lados y los cosenos de sus ángulos, que el triángulo formado por el origen de coordenadas y los afijos de $z = 4 + i$ y $w = 5 + 5i$:

 a) Es isósceles.

 b) Es obtusángulo.

18. Calcula el área del triángulo del ejercicio anterior utilizando la fórmula de Herón: $A = \sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}$, donde s es el semiperímetro y a, b y c son las longitudes de los lados del triángulo. Comprueba que la fórmula es válida calculando el área por otro procedimiento.