PROBABILIDAD Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD. PAU MADRID

Ejercicio 1 (Ordinaria 2018)

El 60% de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15% de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8% si los artículos han sido adquiridos sin rebajas.

a) (1.25 puntos) Determine el porcentaje global de artículos devueltos.

b) (1.25 puntos) ¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?

Ejercicio 2 (Ordinaria 2018)

En una fábrica se elaboran dos tipos de productos: A y B. El 75% de los productos fabricados son de tipo A y el 25% de tipo B. Los productos de tipo B salen defectuosos un 5% de las veces, mientras que los de tipo A salen defectuosos un 2.5% de las veces.

a) (1 punto) Si se fabrican 5000 productos en un mes, ¿cuántos de ellos se espera que sean defectuosos?

b) (1.5 puntos) Un mes, por motivos logísticos, se cambió la producción, de modo que se fabricaron exclusivamente productos de tipo A. Sabiendo que se fabricaron 6000 unidades, determinar, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que haya más de 160 unidades defectuosas.

Ejercicio 3 (Extraordinaria 2018)

Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13.8% de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43% de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?

b) (1.5 puntos) Cierto test diagnostica correctamente el 96% de los casos positivos de diabetes, pero da un 2% de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

Ejercicio 4 (Extraordinaria 2018)

La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media $\mu = 8.5$ y desviación típica $\sigma = 2.5$. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular el valor a tal que $P(X \leq a) = 0.05$.

b) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que la variable tome un valor comprendido entre 8 y 9.3.

Ejercicio 5 (Coincidentes ordinaria 2018)

La directiva de un club de cine ha hecho un estudio sobre los gustos cinematográficos de sus socios. De los 300 socios del club, hay 150 a los que les gustan las películas de acción, 135 a los que les gustan las películas de suspense y 75 a los que no les gustan ninguno de esos géneros cinematográficos.
Si se elige un socio cualquiera, calcular las probabilidades de que:

a) (0.25 puntos) No le gusten las películas de acción.

b) (0.75 puntos) Le guste al menos uno de los dos géneros mencionados.

c) (0.75 puntos) Le guste el cine de acción y el de suspense.

d) (0.75 puntos) Le gusten las películas de acción, pero no las de suspense.

Ejercicio 6 (Coincidentes ordinaria 2018)

Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio, cuyas probabilidades son $P(\mathrm{A})=0.2$ y $P(\mathrm{B})=0.2$. Calcule las siguientes probabilidades:

$$P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}),\;\; P(\overline{\mathrm{A}}\cup\overline{\mathrm{B}}),\;\; P(\overline{\mathrm{A}}\cap\overline{\mathrm{B}}),\;\; P(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B}),\;\; P(\overline{\mathrm{A}}/\mathrm{B}).$$

Nota: $\overline{\mathrm{S}}$ denota el suceso complementario de S.

Ejercicio 7 (Modelo 2018)

Sabiendo que el peso de los estudiantes varones de segundo de bachillerato se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal, de media 74 kg y desviación típica 6 kg, se pide:

a) (1 punto) Determinar el porcentaje de estudiantes varones cuyo peso está comprendido entre los 68 y 80 kg.

b) (0.5 puntos) Estimar cuantos de los 1500 estudiantes varones, que se han presentado a las pruebas de la EvAU en una cierta universidad, pesan más de 80 kg.

b) (1 punto) Si se sabe que uno de estos estudiantes pesa más de 76 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 86 kg?

Ejercicio 8 (Modelo 2018)

En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limón. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:

a) (1 punto) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa.

b) (0.5 puntos) Determinar la probabilidad de que los dos sean de fresa.

c) (1 punto) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido también el primero.

Ejercicio 9 (Ordinaria 2019)

La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 5 años es del 10 %. Se pide:

a) (1 punto) Si en un acuario tenemos 10 peces de esta especie nacidos este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellos sigan vivos dentro de 5 años.

b) (1.5 puntos) Si en un tanque de una piscifactoría hay 200 peces de esta especie nacidos este mismo año, usando una aproximación mediante la distribución normal correspondiente, hallar la probabilidad de que al cabo de 5 años hayan sobrevivido al menos 10 de ellos.

Ejercicio 10 (Ordinaria 2019)

Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80 % de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontanea es del 10 %. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

a) (1 punto) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.

b) (1.5 puntos) Si un paciente elegido al azar ha mejorado, hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.

Ejercicio 11 (Extraordinaria 2019)

Una empresa ha llevado a cabo un proceso de selección de personal.

a) (1.25 puntos) Se sabe que el 40 % del total de aspirantes han sido seleccionados en el proceso. Si entre los aspirantes había un grupo de 8 amigos, calcule la probabilidad de que al menos 2 de ellos hayan sido seleccionados.

b) (1.25 puntos) Las puntuaciones obtenidas por los aspirantes en el proceso de selección siguen una distribución normal, X, de media 5.6 y desviación típica σ. Sabiendo que la probabilidad de obtener una puntuación $X \leq 8.2$ es 0.67, calcule σ.

Ejercicio 12 (Extraordinaria 2019)

Un concesionario dispone de vehículos de baja y alta gama, siendo los de alta gama 1/3 de las existencias. Entre los de baja gama, la probabilidad de tener un defecto de fabricación que obligue a revisarlos durante el rodaje es del 1.6 %, mientras que para los de alta gama es del 0.9 %. En un control de calidad preventa, se elige al azar un vehículo para examinarlo.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que el vehículo elegido resulte defectuoso.

b) (1.5 puntos) Si se comprueba que el vehículo elegido es defectuoso, calcule la probabilidad de que sea de gama baja.

Ejercicio 13 (Coincidentes ordinaria 2019)

Una compañía de mensajería tiene una probabilidad del 2 % de dañar cada uno de sus envíos. Asumimos que las probabilidades de que varios envíos distintos resulten dañados son independientes entre sí. Se pide:

a) (0.5 puntos) Hallar la probabilidad de que en un lote de 10 paquetes hayan llegado con desperfectos exactamente 2 envíos.

b) (0.5 puntos) Hallar la probabilidad de que en un lote de 10 paquetes hayan llegado con desperfectos 2 o más envíos.

c) (1.5 puntos) Usando la aproximación por la normal adecuada, hallar la probabilidad de que en un lote de 2000 paquetes hayan llegado exactamente 30 paquetes defectuosos.

Ejercicio 14 (Coincidentes ordinaria 2019)

Dados dos sucesos aleatorios A y B, con probabilidades respectivas P(A) = 0.4 y P(B) = 0.5, se denota por $\bar{A}$ y $\bar{B}$ a los sucesos complementarios de A y B. Se pide:

a) (1 punto) Suponiendo que A y B son independientes, calcular $P\left((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})\right)$.

b) (1 punto) Suponiendo que A y B son incompatibles, calcular $P\left((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})\right)$.

c) (0.5 puntos) Si $P(A \cup B)$ = 0.9, ¿son A y B independientes?

Ejercicio 15 (Modelo 2019)

El examen de oposición a la Administración Local de cierta ciudad consta de 300 preguntas, con respuesta verdadero o falso. Un opositor responde al azar todas las preguntas. Se considera la variable aleatoria X ("número de respuestas acertadas") y se pide:

a) (1.5 puntos) Justificar que la variable X se puede aproximar por una normal y obtener los parámetros correspondientes.

b) (1 punto) Utilizando la aproximación por la normal, hallar la probabilidad de que el opositor acierte a lo sumo 130 preguntas y la probabilidad de que acierte exactamente 160 preguntas.

Ejercicio 16 (Modelo 2019)

El grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de una escuela de idiomas, está compuesto por un 60% de mujeres y el resto varones. Se sabe que el 30% del grupo estudia alemán y que la cuarta parte de las mujeres estudia alemán. Se recibe un mensaje en el grupo. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer, si se sabe que el o la remitente estudia alemán.

b) (1.25 puntos) Si en el mensaje no hay ninguna información sobre el sexo y estudios del remitente, calcular la probabilidad de que sea varón y estudie alemán.

Ejercicio 17 (Ordinaria 2020)

Un arquero aficionado dispone de 4 flechas y dispara a un globo colocado en el centro de una diana. La probabilidad de alcanzar el blanco en el primer tiro es del 30%. En los lanzamientos sucesivos la puntería se va afinando, de manera que en el segundo es del 40%, en el tercero del 50% y en el cuarto del 60%. Se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.

b) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.

c) (1 punto) En una exhibición participan diez arqueros profesionales, que aciertan un 85% de sus lanzamientos. Calcular la probabilidad de que entre los 10 hayan explotado exactamente 6 globos al primer disparo.

Ejercicio 18 (Ordinaria 2020)

Se consideran dos sucesos A y B tales que P(A) = 0.5, P(B) = 0.25 y $P(A \cap B) = 0.125$. Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

a) (0.5 puntos) Sea C otro suceso, incompatible con A y con B. ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?

b) (0.5 puntos) ¿Son A y B independientes?

c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ (donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario al suceso A).

d) (0.75 puntos) Calcular $P(\overline{B} / A)$.

Ejercicio 19 (Extraordinaria 2020)

Se tienen tres urnas A, B y C. La urna A contiene 4 bolas rojas y 2 negras, la urna B contiene 3 bolas de cada color y la urna C contiene 6 bolas negras. Se elige una urna al azar y se extraen de ella dos bolas de manera consecutiva y sin reemplazamiento. Se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.

b) (1 punto) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja y la segunda sea negra.

c) (0.5 puntos) Sabiendo que la primera bola extraída es roja, calcular la probabilidad de que la segunda sea negra.

Ejercicio 20 (Coincidentes ordinaria 2020)

El peso de las crías recién nacidas de una especie de primates sigue una distribución normal X de media μ = 3353 gramos. Sabiendo que P(X > 3693) = 0.2, se pide:

a) (1.5 puntos) Calcular la desviación típica, σ, de la distribución de pesos.

b) (1 punto) Calcular el valor x_0 tal que P(X < x_0) = 0.2.

Ejercicio 21 (Extraordinaria 2020)

En un experimento aleatorio hay dos sucesos independientes X, Y. Sabemos que P(X) = 0.4 y que $P\left(X \cap \overline{Y}\right)$ = 0.08 (donde $\overline{Y}$ es el suceso complementario de Y). Se pide:

a) (1 punto) Calcular P(Y).

b) (0.5 puntos) Calcular $P\left(X \cup Y\right)$.

c) (1 punto) Si X es un resultado no deseado, de manera que consideramos que el experimento es un éxito cuando NO sucede X, y repetimos el experimento en 8 ocasiones, hallar la probabilidad de haber tenido éxito al menos 2 veces.

Ejercicio 22 (Coincidentes ordinaria 2020)

De una bolsa con 20 fichas numeradas del 1 al 20 se extraen sucesivamente 2 fichas sin reemplazamiento. Se pide:

a) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que ambos números sean múltiplos de 3.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que el primer número sea múltiplo de 6 y el segundo sea múltiplo de 3.

c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que ninguno de los dos números sea múltiplo de 2.

d) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que la segunda ficha sea un numero impar, sabiendo que la primera también lo ha sido.

Ejercicio 23 (Modelo 2020)

Dados dos sucesos A y B, se conocen las siguientes probabilidades: $P\left(A \cup B\right)$ = 0.55, $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$ = 0.90 y $P\left(B / A\right)$ = 0.25. Se pide:

a) (2 puntos) Calcular $P\left(A \cap B\right)$, $P\left(A\right)$, $P\left(B\right)$ y $P\left(B / \overline{A}\right)$.

b) (0.5 puntos) Deducir de manera razonada si los sucesos A y B son independientes.

Ejercicio 24 (Modelo 2020)

En cierta ciudad se estima que la temperatura máxima de cada día, en el mes de junio, sigue una distribución normal de media 30ºC y varianza 25. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que un día cualquiera del mes la temperatura máxima esté entre 28ºC y 32ºC.

b) (1 punto) Calcular el número esperado de días del mes con máxima superior a 36ºC.

c) (0.75 puntos) Determinar la temperatura máxima alcanzada el día 10 de junio, sabiendo que dicha temperatura fue superada exactamente el 50% de los días del mes.

Ejercicio 25 (Ordinaria 2021)

El tiempo de vida de los individuos de cierta especie animal tiene una distribución normal con una media de 8.8 meses y una desviación típica de 3 meses.

a) (1 punto) ¿Qué porcentaje de individuos de esta especie supera los 10 meses? ¿Qué porcentaje de individuos ha vivido entre 7 y 10 meses?

b) (1 punto) Si se toman al azar 4 especímenes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno no supere los 10 meses de vida?

c) (0.5 puntos) ¿Qué valor de c es tal que el intervalo $(8.8 – c , 8.8 + c)$ incluye el tiempo de vida (medido en meses) del 98 % de los individuos de esta especie?

Ejercicio 26 (Ordinaria 2021)

Una estación de medición de calidad del aire mide niveles de NO_2 y de partículas en suspensión. La probabilidad de que en un día se mida un nivel de NO_2 superior al permitido es 0.16. En los días en los que se supera el nivel permitido de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel permitido de partículas es 0.33. En los días en los que no se supera el nivel de NO_2, la probabilidad de que se supere el nivel de partículas es 0.08.

a) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se superen los dos niveles permitidos?

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que se supere al menos uno de los dos?

c) (0.5 puntos) ¿Son independientes los sucesos “en un día se supera el nivel permitido de NO_2” y “en un día se supera el nivel permitido de partículas”?

d) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se supere el nivel permitido de NO_2, sabiendo que no se ha superado el nivel permitido de partículas?

Ejercicio 27 (Coincidentes ordinaria 2021)

En el primer cajón de una mesita de noche hay 6 calcetines rojos y 4 verdes. En el segundo cajón de dicha mesita hay 4 calcetines rojos y 10 verdes. Se extrae aleatoriamente uno de los calcetines del primer cajón para introducirlo en el segundo cajón. Se extraen posteriormente dos calcetines del segundo cajón. Calcule la probabilidad de que estos dos calcetines sean del mismo color.

Ejercicio 28 (Coincidentes ordinaria 2021)

El delantero de un equipo de futbol, que suele marcar en tres quintas partes de sus disparos a puerta, ha de lanzar una tanda de penaltis en un entrenamiento.

a) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de no marcar si la tanda es de cuatro disparos.

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que marque más de dos penaltis en la tanda de cuatro disparos.

c) (1 punto) Calcule cuantos penaltis debería lanzar para que la probabilidad de marcar al menos un tanto sea mayor que 0.999.

Ejercicio 29 (Extraordinaria 2021)

En una urna hay dos bolas blancas y cuatro bolas negras. Se extrae una bola al azar. Si la bola extraída es blanca, se devuelve a la urna y se añade otra bola blanca; si es negra, no se devuelve a la urna. A continuación, se vuelve a extraer una bola al azar de la urna.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean de distinto color?

b) (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola extraída fuera negra, sabiendo que la segunda ha sido blanca?

Ejercicio 30 (Extraordinaria 2021)

Según las estadísticas meteorológicas, en una ciudad nórdica llueve un promedio del 45 % de los días. Un climatólogo analiza los registros pluviométricos de 100 días elegidos al azar entre los de los últimos 50 años.

a) (1 punto) Exprese como calcular con exactitud la probabilidad de que en 40 de ellos haya llovido.

b) (1.5 puntos) Calcule dicha probabilidad aproximándola mediante una normal.

Ejercicio 31 (Modelo 2021)

En un instituto uno de cada cuatro alumnos practica baloncesto. Se eligen 6 alumnos al azar y se considera la variable aleatoria X que representa el número de estudiantes entre estos 6 que practican baloncesto. Se pide:

a) (1 punto) Identificar la distribución de la variable aleatoria X y calcular $P(X = 0)$.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 5 de los 6 elegidos practiquen baloncesto.

c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que al menos 1 de los 6 practique baloncesto.

Ejercicio 32 (Modelo 2021)

Una medico experto diagnostica posibles enfermos de una dolencia, fallando en reconocerla en el 5% de los casos que la padecen y diagnosticándola equivocadamente en el 10% de los sanos. Las estadísticas muestran que dicha enfermedad es padecida por 50 de cada diez mil personas. Si una persona al azar se somete a reconocimiento, calcule la probabilidad de:

a) (0.5 puntos) Que sea diagnosticada como enferma.

b) (1 punto) Que esté enferma si la diagnostican como tal.

c) (0.5 puntos) Que no esté enferma si la diagnostican sana.

d) (0.5 puntos) Que sea mal diagnosticada.

Ejercicio 33 (Ordinaria 2022)

Según el Instituto Nacional de Estadística, durante el último trimestre de 2020, el porcentaje de mujeres que pertenecía al conjunto de Consejos de Administración de las empresas que componen el Ibex-35 fue del 27.7 %. Se reunieron 10 de estos consejeros.

a) (0.75 puntos) Halle la probabilidad de que la mitad fueran mujeres.

b) (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que hubiese al menos un hombre.

c) (1 punto) Determine, aproximando mediante una distribución normal, la probabilidad de que en un congreso de doscientos consejeros de estas empresas hubiera como mínimo un 35 % de representación femenina.

Ejercicio 34 (Ordinaria 2022)

De una cesta con 6 sombreros blancos y 3 negros se elige uno al azar. Si el sombrero es blanco, se toma, al azar, un pañuelo de un cajón que contiene 2 blancos, 2 negros y 5 con cuadros blancos y negros. Si el sombrero es negro, se elige, al azar, un pañuelo de otro cajón que contiene 2 pañuelos blancos, 4 negros y 4 con cuadros blancos y negros. Se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que en el pañuelo aparezca algún color que no sea el del sombrero.

b) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que en al menos uno de los complementos (sombrero o pañuelo) aparezca el color negro.

c) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el sombrero haya sido negro, sabiendo que el pañuelo ha sido de cuadros.

Ejercicio 35 (Coincidentes ordinaria 2022)

El 60 % de los habitantes de una ciudad utiliza para trabajar un móvil, el 30 % utiliza un ordenador portátil y el 25 % no usa ninguno de los dos dispositivos.

a) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar utilice ambos dispositivos para trabajar.

b) (0.5 puntos) En esa ciudad, ¿es independiente el uso del móvil y del ordenador portátil para trabajar? Justifique la respuesta.

c) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar utilice exclusivamente el ordenador portátil para trabajar.

d) (1 punto) Si elegimos al azar 10 individuos, calcule la probabilidad de que exactamente 8 de ellos utilicen para trabajar un móvil.

Ejercicio 36 (Coincidentes ordinaria 2022)

Sabiendo que $P(A/B)=\frac{1}{3}$, $P(B/A)=\frac{1}{14}$, $P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{7}{15}$, se pide:

a) (1.5 puntos) Probar razonadamente que $P(A\cap B)=\frac{1}{30}$.

b) (1 punto) Calcular P(A) y P(B).

Ejercicio 37 (Extraordinaria 2022)

En una comunidad autónoma tres de cada cinco alumnos de segundo de bachillerato están matriculados en la asignatura de Matemáticas II. Se eligen 6 alumnos al azar de entre todos los alumnos de segundo de bachillerato. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que exactamente cuatro de ellos estén matriculados en Matemáticas II.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que alguno de ellos este matriculado en Matemáticas II.

c) (1 punto) Si en un instituto hay matriculados en segundo de bachillerato 120 alumnos, calcular, aproximando la distribución binomial mediante una distribución normal, la probabilidad de que más de 60 de estos alumnos estén matriculados en Matemáticas II.

Ejercicio 38 (Extraordinaria 2022)

Una empresa comercializa tres tipos de productos A, B y C. Cuatro de cada siete productos son de tipo A, dos de cada siete productos son de tipo B y el resto lo son de tipo C. A la exportación se destina un 40 % de los productos tipo A, un 60 % de los productos tipo B y un 20 % de los productos tipo C. Elegido un producto al azar, se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que el producto sea destinado a la exportación.

b) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que sea del tipo C sabiendo que el producto es destinado a la exportación.

Ejercicio 39 (Coincidentes extraordinaria 2022)

En una tienda se hace un estudio sobre la venta de dos productos A y B a lo largo de un mes. La probabilidad de que un cliente compre el producto A es de un 62 % y la de que compre el producto B es de un 40 %. Se observa, además, que el 12 % de los clientes compran al mismo tiempo el producto A y el producto B. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que un cliente haya comprado el producto A sabiendo que no ha adquirido el producto B.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que un cliente no compre ni el producto A ni el B.

c) (1 punto) Sabiendo que a lo largo de un mes visitan la tienda 3000 personas, calcular, utilizando la aproximación de la distribución binomial mediante la distribución normal, cuál es la probabilidad de que compren el producto B más de 1250 personas.

Ejercicio 40 (Coincidentes extraordinaria 2022)

Una *influencer* famosa publica en su Instagram un 20 % de fotografías dedicadas a viajes, un 50 % referentes a temas de moda y el resto sobre maternidad. El 5 % de las publicaciones de viajes reciben menos de 20 000 *Me gusta* y lo mismo ocurre con el 20 % de las de moda y con el 35 % de las que tratan asuntos de maternidad. Elegida una fotografía al azar, se pide:

a) (1.25 puntos) Determinar la probabilidad de que tenga más de 20 000 *Me gusta*.

b) (1.25 puntos) Si tiene menos de 20 000 *Me gusta*, calcular la probabilidad de que el tema tratado en ella haya sido sobre viajes.

Ejercicio 41 (Modelo 2022)

Una urna contiene 7 bolas blancas y 12 bolas negras. Se extrae al azar una bola de la urna y se sustituye por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola de la urna. Se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea blanca.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea de distinto color que la primera.

c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída haya sido negra, sabiendo que la segunda bola fue blanca.

Ejercicio 42 (Modelo 2022)

Dos características genéticas A y B aparecen en una especie animal con probabilidades respectivas de 0.2 y 0.3. Sabiendo que la aparición de una de ellas es independiente de la aparición de la otra, se pide calcular:

a) (0.5 puntos) La probabilidad de que un individuo elegido al azar presente ambas características.

b) (0.5 puntos) La probabilidad de que no presente ninguna de ellas.

c) (0.75 puntos) La probabilidad de que presente solamente una de ellas.

d) (0.75 puntos) La probabilidad de que, si elegimos al azar 10 individuos, exactamente 3 de ellos presenten la característica A.

Ejercicio 43 (Ordinaria 2023)

Se tiene un suceso A de probabilidad P(A) = 0.3.

a) (0.75 puntos) Un suceso B de probabilidad P(B) = 0.5 es independiente de A. Calcule $P(A \cup B)$.

b) (0.75 puntos) Otro suceso C cumple $P(C/A) = 0.5$. Determine $P(A \cap \overline{C})$.

c) (1 punto) Si se tiene un suceso D tal que $P(\overline{A}/D) = 0.2$ y $P(D/A) = 0.5$, calcule P(D).

Ejercicio 44 (Ordinaria 2023)

La longitud de la sardina del Pacífico (Sardinops sagax) se puede considerar que es una variable aleatoria con distribución normal de media 175 mm y desviación típica 25.75 mm.

a) (1 punto) Una empresa envasadora de esta variedad de sardinas solo admite como sardinas de calidad aquellas con una longitud superior a 16 cm. ¿Qué porcentaje de las sardinas capturadas por un buque pesquero serán de la calidad que espera la empresa envasadora?

b) (0.5 puntos) Hallar una longitud $t < 175$ mm tal que entre t y 175 mm estén el 18 % de las sardinas capturadas.

c) (1 punto) En altamar se procesan las sardinas en lotes de 10. Posteriormente se devuelven al mar las sardinas de cada lote que son menores de 15 cm por considerarlas pequeñas. ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote haya al menos una sardina devuelta por pequeña?

Ejercicio 45 (Coincidentes ordinaria 2023)

En los juegos de rol, cada vez que se lanza un ataque este puede resultar en golpe critico o no.

a) (1.25 puntos) En cierto juego de rol, para determinar si un ataque es crítico o no, se tira una moneda a cara o cruz. Si se obtiene una cruz, el ataque no será crítico. Por contra, si se obtiene una cara, entonces se lanza un dado de 10 caras numeradas del 1 al 10. Solo en caso de que también se obtenga una puntuación mayor o igual a 9 en el dado el ataque es crítico; en caso contrario el ataque no será crítico. Calcule la probabilidad de que, de entre 5 ataques lanzados, se obtengan 3 o menos golpes críticos.

b) (1.25 puntos) En otro juego de rol se sabe que la probabilidad de ataque crítico es del 20 %. Aproximando mediante una distribución normal, calcule la probabilidad de que, de entre 100 ataques, se obtengan no menos de 15 y no más de 25 golpes críticos.

Ejercicio 46 (Coincidentes ordinaria 2023)

Siete de cada veinte personas que entran en cierta joyería acaban comprando algún artículo. El 75 % de las personas que se marchan sin comprar nada tienen menos de 50 años y el 80 % de las personas que realizan alguna compra tienen al menos 50 años. Entra un cliente en la joyería. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que sea menor de 50 años.

b) (1.25 puntos) Sabiendo que tiene como mínimo 50 años, hallar la probabilidad de que salga de la tienda sin haber comprado nada.

Ejercicio 47 (Extraordinaria 2023)

Sabiendo que $P(A) = 0.5$, $P(A/B) = 0.625$ y $P(A \cup B) = 0.65$, se pide calcular:

a) (1.5 puntos) $P(B)$ y $P(A \cap B)$.

b) (1 punto) $P(A / A \cup B)$ y $P(A \cap B / A \cup B)$.

Ejercicio 48 (Extraordinaria 2023)

El 65 % de los universitarios de 18 años que intentan superar el examen práctico de conducir lo consigue a la primera. Se escogen al azar 10 universitarios de 18 años que ya han superado el examen práctico de conducir. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que exactamente 3 de ellos necesitaran más de un intento para superar el examen práctico de conducir.

b) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad de que alguno de ellos haya necesitado más de un intento para superar el examen práctico de conducir.

c) (1 punto) Aproximando por una distribución normal, determinar la probabilidad de que, dados 60 de estos universitarios, como mínimo la mitad superase el examen práctico de conducir a la primera.

Ejercicio 49 (Modelo 2023)

Una empresa complementa el sueldo de sus empleados según la consecución de ciertos objetivos valorados en función de una puntuación que sigue una distribución normal $N(100; 35)$. Se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular el porcentaje de empleados con una puntuación comprendida entre 100 y 140.

b) (0.75 puntos) Hallar la probabilidad de que un trabajador obtenga una puntuación inferior a 95 puntos.

c) (1 punto) Determinar la puntuación mínima necesaria para cobrar los objetivos si el 75.17 % de la plantilla ha recibido dicho incentivo.

Ejercicio 50 (Modelo 2023)

Sabiendo que $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$, $P(\overline{A}) = \frac{9}{20}$ y $P(\overline{B}) = \frac{7}{20}$, se pide:

a) (0.75 puntos) Calcular razonadamente $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

b) (0.75 puntos) Calcular razonadamente $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

c) (0.5 puntos) Calcular razonadamente $P(A - B)$.

d) (0.5 puntos) Determinar si A y B son sucesos independientes.

NOTA: $\overline{A}$ y A – B denotan, respectivamente, el suceso contrario de A y el suceso diferencia de A y B.

Ejercicio 51 (Ordinaria 2024)

Sabiendo que $P(\overline{A})=\dfrac{11}{20}$, $P(A/B)-P(B/A)=\dfrac{1}{24}$ y $P(A\cap\overline{B})=\dfrac{3}{10}$, se pide:

a) (1.5 puntos) Calcular $P(A\cap B)$ y $P(B)$.

b) (1 punto) Calcular P(C), siendo C otro suceso del espacio muestral, independiente de A y que verifica que $P(A\cup C)=\dfrac{14}{25}$.

Ejercicio 52 (Ordinaria 2024)

Tenemos dos dados no trucados de seis caras, uno azul y uno rojo. Las caras están numeradas del 1 al 6. En un determinado juego, lanzamos los dos dados. Para calcular la puntuación obtenida, se sigue el siguiente procedimiento: si el número obtenido en el dado azul es par, se le suma el doble del número obtenido en el dado rojo; si el número obtenido en el dado azul es impar, se le suma el número obtenido en el dado rojo. Se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de obtener una puntuación de 10. Calcular la probabilidad de obtener una puntuación impar.

b) (1.5 puntos) Calcular la probabilidad de haber obtenido un numero par en el dado azul sabiendo que la puntuación final ha sido 8. Calcular la probabilidad de haber obtenido un numero impar en el dado rojo sabiendo que la puntuación final ha sido un número par.

Ejercicio 53 (Coincidentes ordinaria 2024)

Para conocer la opinión de los usuarios sobre su servicio, la empresa de transporte público de una ciudad ha realizado una encuesta. De esa encuesta se desprende que la nota global otorgada al servicio por sus usuarios se puede considerar una normal de media 6.7 y de desviación típica 1.25. Si un usuario da una nota menor que 5 se considera que ve como insatisfactorio el servicio; si la nota esta entre 5 y 7.5, que para el usuario el servicio es satisfactorio; y si la nota es mayor que 7.5, que el servicio es excelente.

a) (0.75 puntos) Elegido un usuario al azar, ¿qué probabilidad hay de que crea que el servicio de la empresa de transportes es excelente?

b) (1 punto) Elegido un usuario al azar, ¿qué probabilidad hay de que crea que el servicio de la empresa de transportes es satisfactorio?

c) (0.75 puntos) Para conocer de forma más directa la opinión de sus usuarios, de entre todos ellos la empresa convoca a 25 elegidos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de entre los convocados consideren el servicio insatisfactorio?

Ejercicio 54 (Coincidentes ordinaria 2024)

En la sección de idiomas de una biblioteca municipal se tienen libros, en francés o inglés, de tres categorías: el 50 % son cuentos infantiles, el 30 %, novelas históricas y el resto, manuales técnicos. Uno de cada cinco de los cuentos está en francés y una de cada tres de las novelas, en inglés. Por otra parte, uno de cada siete de los libros en francés es un manual técnico. Se toma un libro al azar y se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que esté en francés si no es un manual técnico.

b) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que este escrito en francés, y la probabilidad de que si está en inglés sea una novela histórica.

Ejercicio 55 (Extraordinaria 2024)

En un espacio muestral se tienen dos sucesos incompatibles, A_1 y A_2, de igual probabilidad 0.4 y se considera $A_3 = \overline{A_1 \cup A_2}$ (por tanto, la probabilidad de A_3 es 0.2). De cierto suceso B se sabe que $P(B/A_1) = P(B/A_2)$ y $P(B/A_3) = 2P(B/A_1)$. Y de un suceso C independiente de A_1 se sabe que $P(C/A_2) = 0.3$ y $P(C/A_3) = 0.6$. Con estos datos se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de B si $P(B/A_1) = 0.25$.

b) (1.5 puntos) Calcular la probabilidad de C y determinar si C es independiente de A_2.

Ejercicio 56 (Extraordinaria 2024)

Antonio y Benito, compañeros de piso, lanzan alternadamente un dardo cinco veces a una diana para decidir quién friega. Friega quien menos veces acierte el centro de la diana. En caso de empate, friegan juntos. Si Antonio acierta el centro de la diana en el 25 % de sus lanzamientos y Benito en el 30%, se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que no haga falta llegar al cuarto lanzamiento para decidir quién friega.

b) (1.5 puntos) Aproximando por una normal, calcular la probabilidad de que Antonio falle el centro de la diana en al menos dos terceras partes de 60 lanzamientos.

Ejercicio 57 (Modelo 2024)

En un espacio muestral se tienen dos sucesos incompatibles, A_1 de probabilidad 0.5 y A_2 de probabilidad 0.3 y se considera $A_3 = \overline{A_1 \cup A_2}$. De cierto suceso B de probabilidad 0.4 se sabe que es independiente de A_1 y que la probabilidad del suceso $A_3 \cap B$ es 0.1. Con estos datos se pide:

a) (1 punto) Calcular la probabilidad de A_3.

b) (1.5 puntos) Decidir si B y A_2 son independientes.

Ejercicio 58 (Modelo 2024)

La selección española competirá en la Copa Mundial Femenina de Fútbol 2023. En los dos primeros partidos de la fase de grupos, que consta de tres partidos, la probabilidad de ganar cada uno de ellos es del 80 %. Sin embargo, debido al aumento en la moral de las jugadoras, si ganan los dos primeros partidos la probabilidad de ganar el tercero asciende al 90 %. En caso contrario, la probabilidad de ganar el tercer partido se mantendrá en el 80 %. Se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar la probabilidad de que la selección española no gane ningún partido durante la fase de grupos.

b) (1 punto) Calcular la probabilidad de que la selección gane el tercer partido de la fase de grupos.

c) (1 punto) Si sabemos que la selección ha ganado el tercer partido, determinar la probabilidad de que no haya ganado alguno de los dos encuentros anteriores.

Ejercicio 59 (Modelo 2025)

Según los datos de la Comunidad de Madrid, en la temporada 2021-2022 la cobertura de la vacuna de la gripe entre mayores de 65 años fue de un 73.2 %.

a) (1.5 puntos) Ante una situación de brote epidémico, las autoridades deciden restringir aquellas reuniones en las que la probabilidad de que haya más de una persona no vacunada sea mayor de 0.5. Suponiendo que los asistentes a una reunión suponen una muestra aleatoria, ¿se deberían restringir las reuniones de 5 personas mayores de 65 años? ¿Y las reuniones de 7 personas mayores de 65 años?

b) (1 punto) Se toma una muestra aleatoria de 500 personas mayores de 65 años. Calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 350 de ellos estén vacunados contra la gripe.